ПОДОБНОСТИ И ЕДНАКВОСТИ ПРИ ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА В НАЧАЛНИТЕ КЛАСОВЕ

Марга Георгиева

Развитието на познавателните способности на учениците от началната училищна възраст е свързано с търсене на пътища за скъсяване разстоянието между науката математика и учебния предмет математика. Наличието на акцелерация в развитието на децата и огромният обем от информация поставят проблеми, решаването на които е в тясна връзка с ранното стимулиране развитието на интелекта. Началният учител трябва да бъде достатъчно добре информиран за възможните математически теории, даващи най-компетентна и съвременна информация за развитие на познавателните способности на децата.

В този контекст модернизирането на обучението по математика в началната училищна възраст изисква да погледнем съдържанието на изучавания геометричен материал под друг ъгъл в сравнение с традициите в съществуващите досега учебни програми. "Когато говорим за геометричния курс в обучението по математика трябва да отбележим, че за бъдещия начален учител ще е полезно съществено да се обнови съдържанието на курса по геометрия... Трябва широко да се използват индуктивните методи за обосноваване достоверността на установените свойства на геометричните фигури. Построеният по този начин курс може да се нарича нагледен курс по геометрия. Целта на този курс не е само бъдещите учители (а чрез тях и децата, да овладяват геометричната "грамотност", но и да се подготвят учениците за съзнателно усвояване на системния курс по геометрия" (6, 77). Всичко това може да се постигне чрез разумно усъвършенстване на съдържанието на учебния материал и технологията на работа с учениците от тази възраст върху основата на научност, достъпност и яснота.

В сега действащите учебници по математика геометричният материал е включен в единен курс по математика. Интегрирането на аритметични, алгебрични и геометрични знания е положителната страна на учебниците по математика в началната училищна възраст. Негативното е слабости в структурата, в обема, в неподходящата адаптация в равнината и пространството на някои геометрични понятия (5, 9).

Целта на тази разработка е:

– да се покаже, че във връзка с акцелерацията в развитието на децата може да се скъсява дистанцията между науката математика и обучението по математика в началната училищна възраст;

– да се подпомогнат студентите при подготовката на уроците по математика по време на учебната практика;

– подобна система от задачи е свързана и със саморазвитието и саморегулацията на децата от тази възраст.

Посочената постановка за разглеждане на подобностите и еднаквостите в началното училище дава насоки за експериментиране на ново образователно съдържание, съобразено (считано в този момент от развитието на обществото, комуникациите ...) с етапите на развитие на познавателната дейност, отразяващи реалните сфери на познанието. Преустройството обаче на училищния курс по геометрия не трябва да води до изкуствено усложняване и претоварване на децата. Надяваме се, че подобна постановка за получаване на пропедевтични знания по геометрия ще осигури необходимата математическа подготовка за системния курс по геометрия.

ПОНЯТИЯТА ПОДОБНОСТИ И ЕДНАКВОСТИ И ТЕХНИТЕ КОМПОНЕНТИ

В НАУКАТА: Преобразувание в равнината, при което за всеки две точки А и В и техните образи A_1 и B_1 е изпълнено равенството

(1) $б(A_1, B_1) = к\,б(A, B)$*, $к > 0$

се нарича ПОДОБНОСТ.

Преобразувание в равнината, при което за всеки две точки А и В и техните образи A_1 и B_1 е изпълнено равенството

(2) $б(A_1, B_1) = б(A, B)$

се нарича ЕДНАКВОСТ. Равенството (2) се получава от (1) при к = 1. Следователно групата на еднаквостите е подгрупа на групата на подобностите.

Дали трябва да се започне със система от задачи от еднаквости и се върви към подобности, или обратно, зависи от учителя, от подготовката на учениците. Експериментални изследвания (5, 6, 7, 10) показват, че е по-добре да се започне с фигури с еднаква форма и

* б (А, В) – разстояние между две точки в равнината

от тях да се отделят ония, които имат еднакви размери, т. е. започва се с подобни фигури, а впоследствие се отделят еднаквите фигури. Разбира се, започването с еднаквите фигури и включването им впоследствие към групата на подобностите, също е приемлив начин. Точно така се прави в системния курс и резултатите от усвояването им показват, че такава постановка също се възприема добре.

АДАПТАЦИЯ в различните учебници на СРЕДНИЯ и ГОРНИЯ курс на **СРЕДНОТО** училище:

ПОДОБНОСТ: Преобразуване на равнината, при което за всеки две точки А и В и техните образи A_1 и B_1 е изпълнено равенството

A_1B_1* = к АВ (к – реално положително число – (10)

ЕДНАКВОСТ: Преобразуване на фигурата F във фигурата F_1, което запазва разстоянията между точките (2), т. е. ако за всеки две точки А и В и техните образи A_1 и B_1 е в сила равенството $A_1B_1 = AB$.

НАЧАЛЕН КУРС: Има се предвид описание в следната форма:

ПОДОБНОСТ: Две фигури са **подобни**, ако са с еднаква форма (без да се имат предвид размерите им).

ЕДНАКВОСТ: Две фигури са **еднакви**, ако чрез движение едната фигура се премества върху другата.

В същият аспект се използват понятията равни отсечки и равни ъгли.

Терминологията в началния курс по отношение на понятието подобност се различава от тази в средния и горния курс, поради разликата във възрастовите възприемателни възможности на учениците. Например (виж 5) подобните фигури се отъждествяват със сходни форми.

Проследявайки общите тенденции и традиции в развитието на математическото образование можем да твърдим, че в сега действуващата програма за обучението по геометрия чрез интегрирания начален курс не се създава необходимата основа за изучаване на системния курс по геометрия. Отчитайки нашия и световен опит (5, 6 ...), считаме, че вниманието трябва да се насочи върху симбиозата между нагледната и абстрактна геометрия – основа за системните курсове по геометрия, както бе посочено по-горе.

От теоретична гледна точка възможните геометрични преобразувания, които могат да се разглеждат в курса на обучение в

* А В и A_1B_1 означават дължини на отсечки.

училище (начален, среден и горен) са: подобности – хомотетия и подобност; еднаквости – ротация, централна симетрия, транслация, осева симетрия (отражение) и транслационна симетрия (плъзгащо отражение).

Какви са възможностите да се дават пропедевтични знания в началния курс? Запознаването с пропедевтични знания трябва да става чрез решаване на подходящи задачи с помощта на нагледни средства. Основният метод е сравнението. Именно чрез поелементно сравнение учениците трябва сами да стигнат до извода за формата и размерите на еднаквите фигури.

В приложения 1, 2, 3 е посочена класификация на задачи, свързани с подобности и еднаквости. Започва се със задачи от подобни фигури, които са еднакви по форма, но различни по размери (прил. 1 – зад. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7). Зад. № 1, прил. 1 илюстрира твърдението, че еднаквите фигури са и подобни, т. е. прави се пропедевтика на свойството: еднаквостите са подгрупа на групата на подобностите.

Много от изследванията показват, а и ежедневната ни практика доказва, че с подходящ набор от задачи (прил. 1, 2 и 3) много от преобразуванията в равнината може твърде сполучливо да се усвоят от учениците на тази възраст. Например прил. 1 – зад. 6 и зад. 7 дават на учениците пропедевтични знания за хомотетия, а прил. 2 и прил. 3 са подбор от задачи, адаптирани за ученици от тази възраст, свързани с еднаквостите, изброени по-горе. Разгледани са възможностите за усвояване на еднакви фигури чрез откриване на свойства, чрез изрязване, измерване и моделиране. Нека първо се спрем на ротацията. На фигури 1, 2, 3, 4 (прил. 2) учениците, наблюдавайки картината, показваща люлка, трябва чрез измерване да проверят равенството на отсечки и ъгли, и нещо повече, получават знания (без да им се съобщава терминологията) за преобразуванието ротация, а именно че ротацията е еднаквост (фиг. 4).

Запознаването на учениците с централна симетрия може да се осъществи с подходящи задачи от вида на фигури 1 и 2, т. II от приложение 3. Учениците също добиват представа, че фигурите остават еднакви. Без затруднения могат да определят броя на осите на симетрия на дадена фигура – триъгълник, квадрат, правоъгълник, многоъгълник, кръг и др. (прил. 3, зад. 3 и 4 – еднаквости от втори род). Разбира се, добре е да се работи диференцирано, като на по-добрите се задават по-сложни задачи (от рода на довършване на започнатите орнаменти или измисляни от тях, притежаващи свойствата на централна и осева симетрия).

По подобен начин децата от тази възраст получават предварителна информация в уроците по математика за преобразуванията транслация и транслационна симетрия (прил. 3, т. III, еднаквости от първи род и прил. 3, т. II, еднаквости от II род). Основните дейности за учениците са сравняване чрез налагане и измерване, моделиране (чертане, изрязване и пренасяне на съответния модел), установяване какви свойства притежават получените фигури при съответните преобразувания. Задачите в посочените приложения могат по-тясно да се обвържат и с други дейности – конструкторска и изобразителна. Някои от задачите могат да се свържат със знанията по български език. Например може в мрежа да се изписват буквите от азбуката, срички и образуване на думи (виж прил. 3, т. I – еднаквости от втори род), като се използват свойствата на осевата симетрия.

Многоаспектното разглеждане на преобразуванията изисква създаване на условия за намиране на подходящо място в структурата на урока, което пък от своя страна ще доведе до развитие на определени страни на абстрактно мислене у децата от тази възраст.

Геометрични задачи с подобен характер приучват учениците да откриват закономерностите в заобикалящата ги действителност, които по-късно в системния курс по геометрия ще намерят приложение.

ИЗВОДИ, ПРЕПОРЪКИ И ПРЕДЛОЖЕНИЯ

1. Интуитивната ориентация към видовете геометрични преобразувания удовлетворява желаното равнище от познания за системния курс по геометрия, усвояван по-късно.

2. Подобна постановка за разглеждане на геометричните преобразувания укрепва самостоятелното търсене и формулиране на познавателни задачи (виж прил. фиг. 17, еднаквости от втори род, т. II).

3. Предложените задачи дават технологични варианти, чрез които убедително се разкрива приложно-практичната страна на такъв важен дял от геометрията – геометричните преобразувания.

4. Посочените в приложенията задачи са достатъчно вариативни и осигуряват различна степен на трудност, при която характеристиките на умствената дейност придобиват по-висок качествен статус.

5. Подобна постановка за изучаване на геометричните преобразувания формира афинитет към търсене на аргументи за доказателствен подход на редица твърдения от реалната действителност.

Въз основа на тези изводи предлагаме:

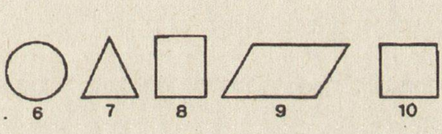
1. Прагматична ориентация към използуване на информация за осъзнаване на интегративните свойства на геометричните преобразувания, без теоретичното ѝ обосноваване с категориалния апарат и терминология от науката математика.

2. След експериментиране подобна постановка може да залегне в учебниците по математика за I – IV клас.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

I. Подобности

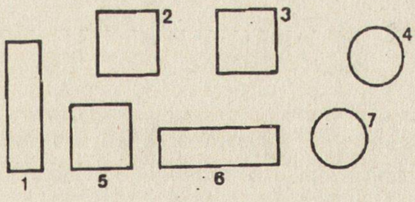
1. Сравнете формата на фигурите от фиг. 1.



фиг. 1

Кои от тях са с еднаква форма?

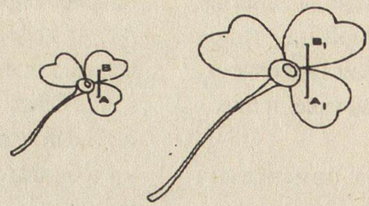
2. Какви са размерите на еднаквите по форма фигури на фиг. 2?



фиг. 2

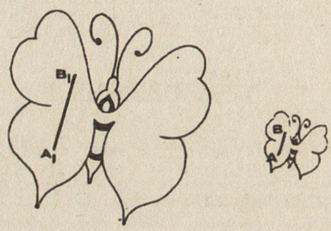
3. Сравнете формата на детелините от фиг. 3. Еднакви ли са по размери? Проверете верни ли са твърденията?

– дължината на отсечката A_1B_1 е два пъти по-голяма от дължината на отсечката AB.



фиг. 3

4. Сравнете формата на пеперудите от фиг. 4. Проверете чрез измерване вярно ли е твърдението: Дължината на отсечката A_1B_1 е три пъти по-голяма от дължината на отсечката AB.



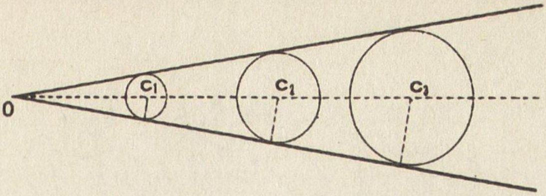
фиг. 4

5. Кои от фигурите са с еднаква форма и различни размери? – фиг. 5.

фиг. 5

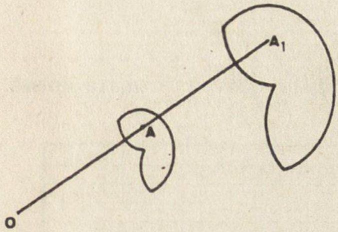
II. **Хомотетия**

6. Колко пъти дължината на отсечката OC_1 е по-малка от дължината на отсечката OC_2 а дължината на отсечката OC_2 от дължината на отсечката OC_3.

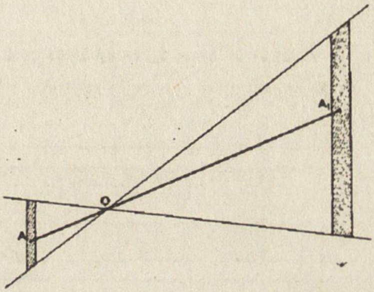


фиг. 6

Измерете дължините на отсечките ОА и OA_1 съответно на фиг. 7 и 8. Колко пъти дължината на отсечката OA_1 е по-голяма от дължината на отсечката ОА?



фиг. 7



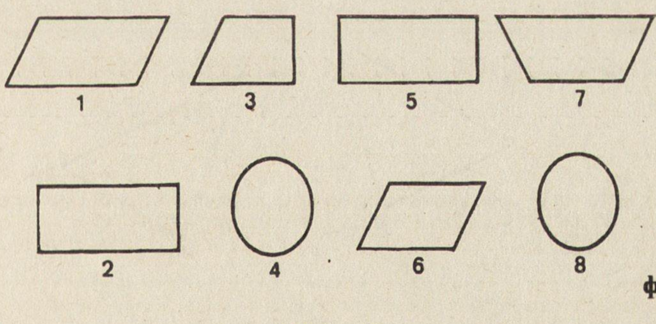
фиг. 8

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

III. Еднаквости

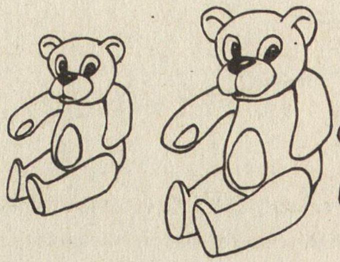
I. Откриване на еднакви фигури

1. Открийте еднакви фигури



фиг. 1

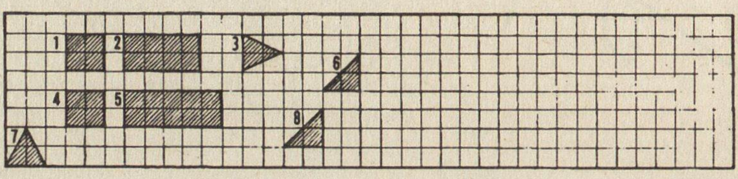
2. Открийте еднакви фигури и ги свържете със стрелки.



фиг. 2

II. **Чертаене на еднакви фигури в мрежа**

1. Кои от фигурите са еднакви? Начертайте такива фигури в същата мрежа.



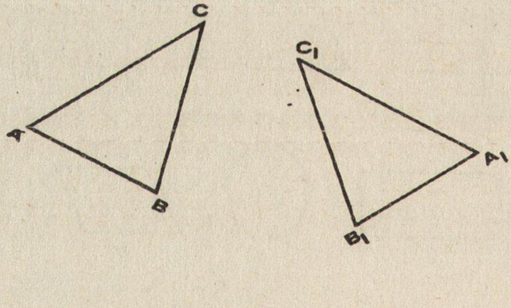
фиг. 3

III. **Изрязване на еднакви фигури**

1. Изрежете от предложените ви материали еднакви фигури. Сортирайте ги по видове: триъгълници, квадрати, правоъгълници, кръгове ...

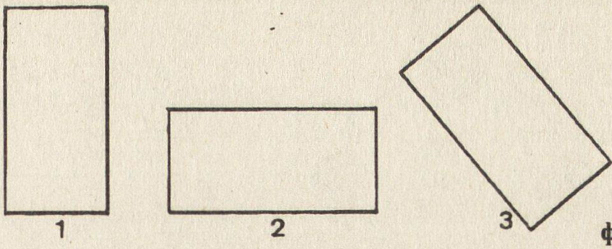
IV. **Измерване дължините на страните (в еднакви фигури)**

1. Измерване дължините на страните на триъгълници ABC и $A_1B_1C_1$. Кои от тях са равни?



фиг. 4

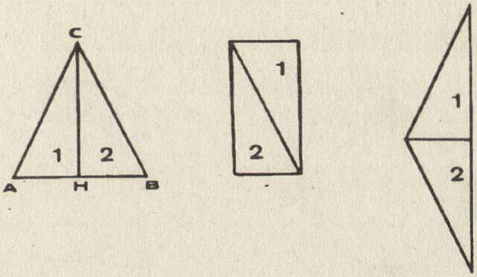
2. Измерете дължините на страните на правоъгълниците. Кои от тях са равни?



фиг. 5

V. **Моделиране на еднакви фигури**

1. Разрежети триъгълника ABC по линията CH и образувайте нови фигури



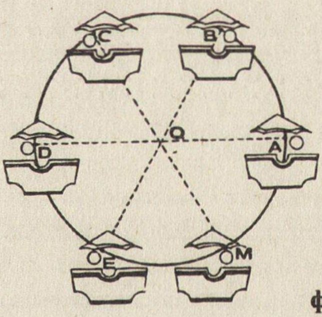
фиг. 6

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Еднаквости от първи род

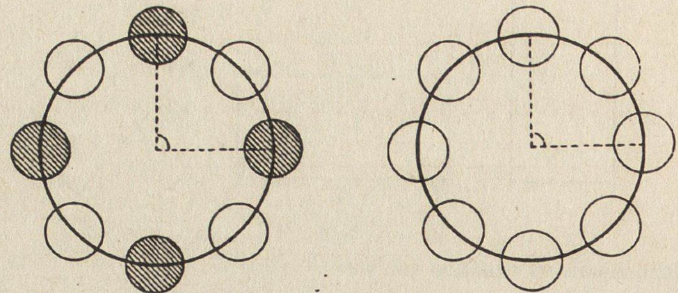
I. **Ротация**

1. Деца се люлеят на показаната на фиг. 1 люлка. Отговорете на въпросите:
– на какво разстояние е всяко дете от точката О?;
– измерете ∢ AOB, ∢ BOC;
– има ли равни ъгли с връх О?



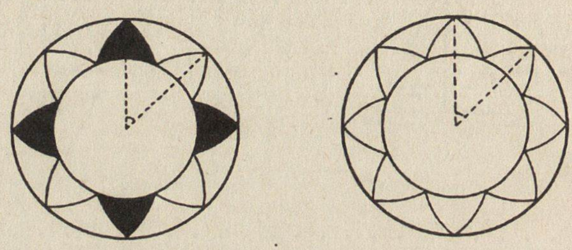
фиг. 1

2. Защриховайте (оцветете) следващите кръгчета на фиг. 2 отдясно, както е показано на фигурата отляво.



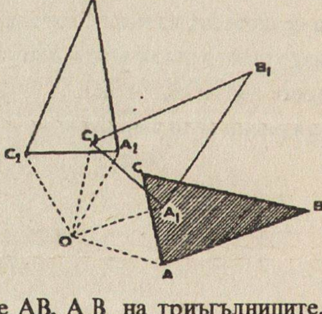
фиг. 2

3. Направете същото за фиг. 3.



фиг. 3

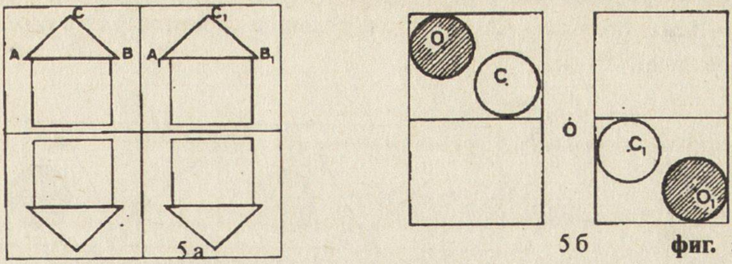
4. Направете модел на триъгълника ABC. Наложете го върху триъгълниците от фиг. 4. Можете ли да твърдите, че триъгълниците са еднакви? А равни ли са дължините на отсечките AB, A_1B_1, A_2B_2?



фиг. 4

II. Централна симетрия

1. Измерете дължините на страните AB, A_1B_1 на триъгълниците, които са покривчета на къщичките. Също дължините съответно на страните BC и B_1C_1; AC и A_1C_1. Еднакви ли са покривчетата? – фиг. 5[а]

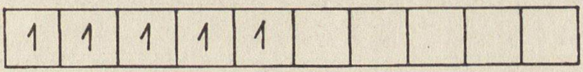


5 а 5 б **фиг. 5**

2. Съединете центровете на еднакво защрихованите (оцветените) фигури с прави линии. Ако правилно работите тези прави линии ще минат през точката O – фиг. $5^{б}$.

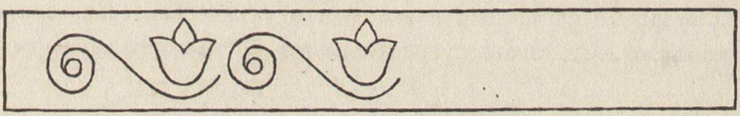
III. **Транслация**

1. Попълнете клетките като изписвате числото 1.



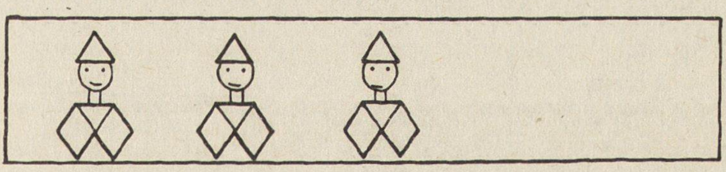
фиг. 6

2. Довършете орнамента.



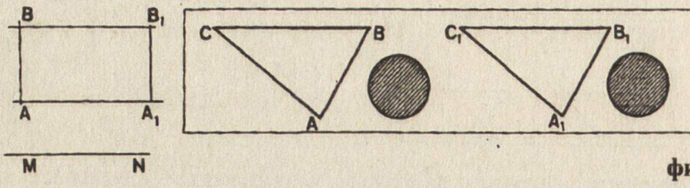
фиг. 7

3. Направете модел на първата фигурка от фиг. 8. Наложете го върху следващите две фигурки. Проверете дали при налагане ще съвпаднат.



фиг. 8

4. Измерете дължините на отсечките AA_1 и BB_1. Равни ли са? Правите, върху които лежат отсечките AA_1 и BB_1 успоредни ли са помежду си и поотделно на отсечката MN? – фиг. 9.



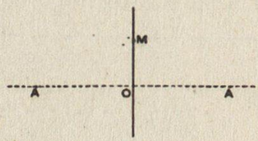
фиг. 9

5. Защриховайте (оцветете) с едни и същи инициали (цвят) еднаквите фигури. Равни ли са по дължина отсечките AA_1 и BB_1. Проверете дали са успоредни правите AB и A_1B_1. – фиг. $9^{\text{б}}$.

Еднаквости от втори род

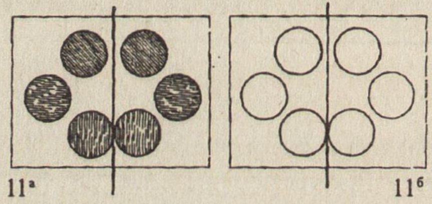
I. Симетрия относно права (Осева симетрия)

1. Измерете дължините на отсечките OA иOA_1. Намерете мерките на ъглите AOM и A_1OM.



фиг. 10

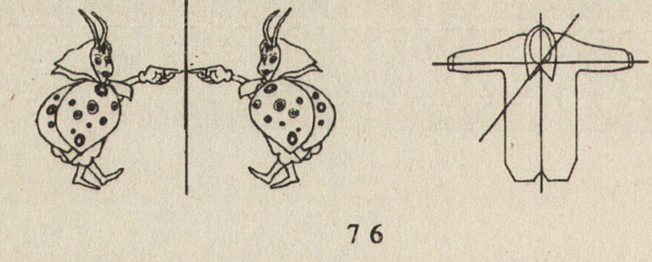
2. Довършете означаването (оцветяването) с едни и същи инициали (цвят) на кръгчетата, от двете страни на правата на фиг. $11^{\text{б}}$, както е показано на фиг. $11^{\text{а}}$.



$11^{\text{а}}$ $11^{\text{б}}$

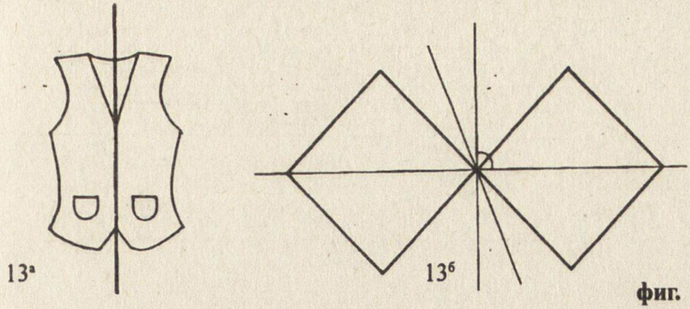
фиг. 11

3. Кои от начертаните линии са оси (линии) на симетрия – фиг. 12.



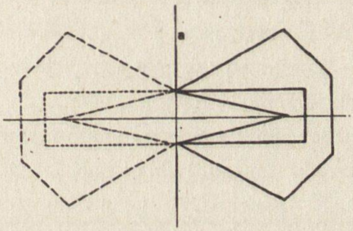
фиг. 12

4. Определете броя на линиите на симетрия на фигурата 13б, както е показано на фиг. 13а.



фиг. 13

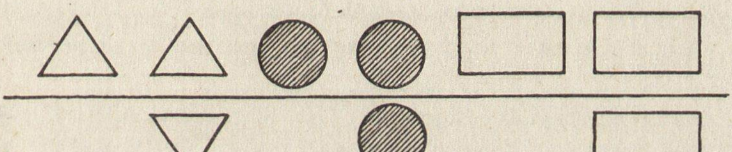
5. Направете модели на фигурите оцветени с различни цветове (означени с различни линии) от лявата страна на линията а. Наложете моделите върху фигурите от дясната страна. Има ли еднакви фигури?



фиг. 14

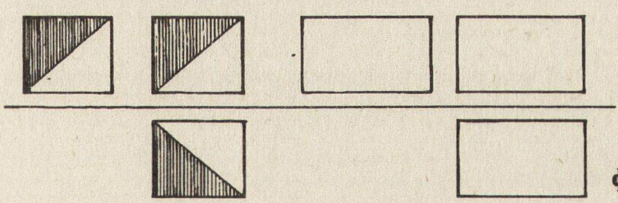
II. Транслационна симетрия (Плъзгащо отражение)

1. Разгледайте орнамента на фиг. 15. Еднакви ли са триъгълниците? Еднакви ли са кръговете, правоъгълниците?



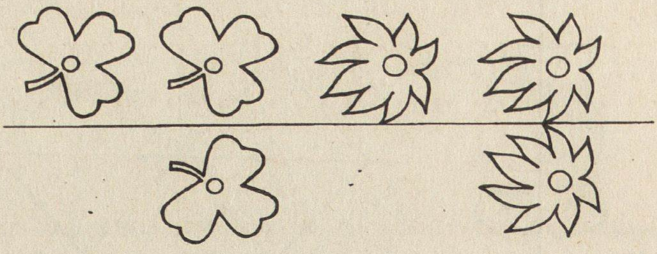
фиг. 15

2. Защриховайте (оцветете) по същия начин правоъгълниците, както квадратите.



фиг. 16

3. Разгледайте орнамента на фиг. 17. Довършете го с други цветя.



фиг. 17

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ганчев, Г. Г.** и колектив. Геометрия за 9-ти клас, 1989.

2. **Ганчев, Г. Г.** и колектив. Геометрия за 8-ми клас, 1988.

3. **Ганчев, И.** и колектив. Геометрия за 6-ти клас, 1984.

4. **Златанов, Г.** Училищен курс по геометрия, 1986.

5. **Капитанова, Д.** Пропедевтични знания за подобие, еднаквост и симетрия в началните класове. Начално образование, 1986, кн. №3.

6. **Колягин, Ю. М., О. В. Тарасова.** За съдържанието на математическата подготовка на бъдещия учител. – Начално образование, 1996, №3.

7. **Лангов, А.** и колектив. Геометрия за 7-ми клас, 1982.

8. **Пышкало, А.** Методика обучения элементам геометрии в начальных классах. М., 1979.

9. **Радев, Р.** и колектив. Математика за 2-ри клас на СОУ. С., 1991.

10. **Сендов, В.** и колектив. Математика и информатика, 9-ти клас, части I, II, III и IV, 1989.

11. Учебна програма за I-III клас на ЕСПУ. Математика. МНП, С., 1982.

12. Учебна програма по математика за 4-ти клас на ЕСПУ. МНП, С., 1989.

SIMILARITIES AND INDENTIFICATIONS IN MATHEMATICS TEACHING AT PRIMARY SCHOOL LEVEL

Marga Georgieva

I. Summary

The problem of shortening the distance between the science of mathematics and the subject of mathematics in the primary school is connected with the acceleration in the development of the students at this age nowadays. The same holds true of the problem, connected with the effective use of the intellectual culture of the teacher, as in the modern society the requirements towards the subjective factor are continuously raised in all the spheres of lite. Not only optimization of the professional qualification of the teachers is required but improvement of the pedagogical technologies as well. It conditions for developing education.

This article has for purpose theoretical and experimental-practical research of the problem. In correspondence with this purpose we will try to answer the following questions:

1. Can we elaborate a suitable group of problems that will serve as a base of preliminary knowledge for the concepts of similarity and identify?

2. If we allow that purposeful forming of knowledge and skills of similar character is possible-well they by sufficient for obtaining knowledge for the systematic course of geometry.

The group of problems is exemplary and concerns the basic qualifies of the geometric reforms in the plane: homotety, similarity, rotation, central symmetry, relaying, axis symmetry and relay symmetry.

One complex methods of teaching of the geometrical material is developed. The acquirement of knowledge for geometry reforms is recommended to be realized with the help of the specific qualities of all the subjects.

II. Annotation

In this article I will examine different possibilities for assimilation of preliminary knowledge for geometric reforms in the plane by the students from the primary school. A group of problems is pointed, connected with the concepts: similarity and identify. There is a reguirement for the construction of these concepts to be realized during the mathematical lessons and with the help of the specific qualities of all the subjects.