

# ТЕСТОВЕТЕ - СРЕДСТВО ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА НА ЗНАНИЯТА НА УЧЕНИЦИТЕ В ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА

*Иванка Георгиева  
Маргарита Върбанова*

Използването на тестове в обучението по математика е все още идея, недостатъчно изучена с цел приложение в реалната учебна практика. Резултати от педагогически и психологически изследвания показват, че проверката и оценката на знанията на учениците се осъществява най-добре, ако тя включва освен тестово изпитване и оценка на работата им в клас, на домашната им работа и дори на вниманието и участието им в урока.[4] Тестовата форма на изпитване, обаче, притежава две важни предимства:

– Чрез нея се проявяват знания и умения на учениците по дадена тема, включително и това дали е налице разбиране и приложение на понятия, твърдения, методи за решаване на задачи, идеи. Установяването на постиженията се извършва с помощта на определени критерии като изчислителни знания и умения, разбиране, прилагане на знания, умения за аналитико-синтетични разсъждения;

– Те са надеждна мярка за оценяване успеха (неуспеха) на учителя при поднасяне на дадена група зна-

ния, т. е. давайки на учениците тест, учителят оценява и сам себе си относно полезното му участие в обучението по математика в конкретен период учебно време.

Тук ще разгледаме най-важните дейности при използване на тестове – **съставяне, прилагане, оценяване и тълкуване на резултатите.** [5] За всеки аспект ще предложим подходящи примери от обучението по математика в 5–11 клас.

## **1. Съставяне на тест**

Първата стъпка при подготовката на тест, е разбира се, да се установи какво ще се проверява с него. Всеки тест има цел – специфична или обща, и учителят трябва да прецени какъв тест би бил най-подходящ за даден клас. Изпитването с тест е ограничено във времето. Някои тестове са кратки – 5–10 минути, и съдържат само един или два-три, до пет прости въпроса и с тях се оценява най-вече разбирането на темата, изучена в предишния урок или на задачите от домашната работа. За кратките тестове учениците обикновено не са

предупредени. Примери на такива тестове са:

**Пример 1.** (алгебра, 8 минути)

Дадено е уравнението

$$2x^2 - 3x - 4 = 0$$

1. Пресметнете стойността на дискриминантата.

2. Определете вида на корените на уравнението.

**Пример 2.** (геометрия, 5 минути)

Мярката на външния ъгъл при основата на равнобедрен триъгълник е  $125^\circ$ .

Намерете мярката на ъгъла при върха на триъгълника.

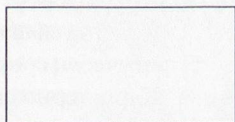
По-обширните тестове обхващат няколко теми от изученото учебно съдържание. За тях учениците трябва да бъдат предупредени и да им се осигури възможност за подготовка, както по време, така и с насочващи въпроси и задачи, разглеждани в предния урок.

**Пример 3.** (обикновени и десетични дроби) [1]

1. Намерете лицето:

15.1

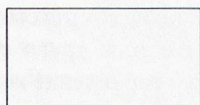
6.04



2. Намерете периметъра:

10

6.03



3. От 269 извадете 0.33

4. Намерете частното:

а)  $18.45 : 9$       б)  $51.510 : 5$

5. Оградете с кръгче дробите, равни на дробта в началото на редицата:

а)  $\frac{1}{4}$  |  $\frac{3}{5}$  ;  $\frac{2}{8}$

$\frac{15}{30}$  ;  $\frac{7}{20}$  ;  $\frac{20}{80}$

б)  $\frac{2}{7}$  |  $\frac{6}{9}$  ;  $\frac{4}{14}$

$\frac{8}{28}$  ;  $\frac{4}{22}$  ;  $\frac{4}{49}$

6. Опростете (представете като правилна дроб):

а)  $\frac{9}{12}$       б)  $\frac{7}{56}$       в)  $\frac{14}{45}$

7. Попълнете един от знаците <, > или = между двете дадени числа:

а) 6 11      б)  $\frac{6}{10}$        $\frac{3}{5}$

в)  $\frac{1}{2}$   $\frac{2}{5}$       г)  $\frac{4}{7}$        $\frac{3}{5}$

8. Начертайте диаграма, която представя дробта  $\frac{2}{3}$

9. В дробта  $\frac{11}{7}$ , числото 11 е...

10. Намерете липсващото число:

$$\text{а) } \frac{3}{4} = \frac{\dots}{12} \quad \text{б) } \frac{2}{5} = \frac{\dots}{100}$$

11. Намерете сбора и опростете резултата:

$$\text{а) } \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \quad \text{б) } \frac{7}{10} + \frac{1}{10}$$

$$\text{в) } \frac{1}{3} + \frac{3}{2}$$

12. Намерете липсващото число:

$$\text{а) } \frac{17}{4} = \frac{4}{4} ? \quad \text{б) } \frac{11}{8} = ? \frac{3}{8}$$

13. Намерете сбора и опростете резултата:

$$\text{а) } \frac{4}{8} + \frac{5}{8} \quad \text{б) } \frac{1}{3} + \frac{3}{4}$$

14. Превърнете в смесено число дробта  $\frac{46}{9}$

15. Превърнете в неправилна дроб смесеното число  $3 \frac{18}{5}$

### 1.1 Избор на приоритетни теми.

Няма тест, колкото и кратък или обзорен да е той, с който да се проверява всичко. Опитът в това отношение показва, че е наложително учителят да избере сред тезите, разделите или техните части тези от тях, за които е подходящо използване на тест. Освен това трябва да се вземе предвид интервалът от време, за който ще бъдат изпитвани учениците

чрез даден тест и индивидуалните математически способности на обучаемите, за които той е предназначен.

### 1.2 Видове тестове

Класификацията на тестовете е свързана както с целите на обучението по математика изобщо, така и с учебния период, когато те се провеждат. Най-често използваната класификация разглежда три основни вида тестове:

1. *Контролни*

2. *Общири*

3. *Диагностични*

Контролните тестове обикновено се дават по време на срока или учебната година, след приключване на част (не много голяма) от даден раздел от учебното съдържание. Тези тестове могат да бъдат кратки или продължителни, а в началото или в края на урока и дори с тях да се проверява дали учениците са разбрали решаването на конкретен вид задачи (например тези от домашната работа). Най-често целта им е да се осигури обратна информация за учителя. Обширните тестове се използват за проверка и оценка знанията на учениците за цял учебен срок или учебна година. Характерно за тях е, че задачите и въпросите са с по-висока степен на общност. Тези тестове биха могли да се подготвят от учителите или да се предоставят стандартизирани такива от ръководството на училището или други структури, свързани с управление на образова-

нието. Диагностичните тестове обикновено се използват преди изучаване на дадено знание с цел да се установи готовността на учениците за усвояването му. Тези тестове са полезни и за изследване нивото на уменията на учениците при усвояване на конкретна област от учебното съдържание по математика като целта им е да установят грешките, допускани често при изучаване на дадено математическо знание. Затова обикновено диагностичните тестове се прилагат за по-слабите ученици. Констатираните грешки и причините за допускането им се дискутират като и в този случай е възможно да се използват стандартизирани тестове.

### 1.3. Видове въпроси

Всеки тест съдържа система от въпроси, които са без или с няколко възможности за отговор. При въпросите свързани с решаването на задачи, се предлагат поне два отговора, един от които е верен, а останалите са подвеждащи (дистрактори). Изборът на видовете въпроси в даден тест се определя от много фактори като нивото на знанията и уменията на учениците, съдържанието на конкретната тема, урок, раздел, продължителността на теста и др. Най-често въпросите в тестовете в обучението по математика се разделят на следните видове:

1. *Въпроси "вярно – невярно"* – те включват просто решение или отделяне на верен начин на решение от неверен. Възможно е при отговор

"вярно" да се изисква и коригиране на грешката.

2. *Въпроси "винаги – понякога – никога"*. Тези въпроси биха могли да се разглеждат като модификация на въпросите "вярно – невярно", тъй като изискват потвърждение на това кога едно вярно твърдение (съждение) е винаги вярно (в случай за отговор "вярно" при въпрос от вида "вярно – невярно") или понякога вярно или никога не е вярно (в случай на отговор "невярно" на въпрос от вида "вярно – невярно"). Т. е. при отговор на въпрос от първия вид възможностите за отговор са две, а от втория – три.

3. *Въпроси с избор на отговор измежду няколко възможни*. Добре е предлаганите възможни отговори да са четири или пет.

4. *"Недовършени" въпроси* – те изискват от учениците да попълнят липсващата част от дадено определение, съждение, доказателство и др.

5. *Въпроси, в които се изисква съчетание на факти, съждения, твърдения, понятия, свойства и др.* Например "Как се нарича неизвестният компонент във всяко от равенствата:

$a + x = b$	умаляемо
$x - a = b$	събираемо
$a - x = b$	умалител
	сбор
	разлика

Тук е възможно "налучкване", но този недостатък се намалява, ако се осигурят повече възможности за из-

бор на отговор в сравнение с тези в условието.

6. *Въпроси с аритметично, алгебрично или геометрично съдържание* – могат да се използват за проверяване на разбирането на определения, теореми, свойства, формули, решения и др.

7. *"Есе" въпроси* – чрез тях обикновено се изисква формулиране на определение, теорема, свойства на математически обекти, доказателство на твърдение, решение на задача и др. Възможно е също да се дават въпроси, свързани с откриване на различни начини на решение, доказателство, формулировка и др., както и да се проверява нивото на запаметяване на определения, твърдения, формули. Чрез "есе" въпросите може да се проверява както нивото на разбиране и запаметяване на определения, твърдения, свойства, дадени в учебника, така и на такива, които са свързани с тях и за отговора или доказателството (решението) са необходими логически разсъждения. Например:

(1) Докажете, че сумата от вътрешните ъгли на триъгълника е  $180^\circ$ .

(2) Даден е успоредник ABCD. M е среда на AD и BM пресича диагонала AC в точка E. Докажете:

а) ДВЕС - ДМЕА;

б)  $AE \cdot BE = ME \cdot CE$ ;

в) Ако  $BE = 8$ , намерете дължината на отсечката ME.

От примерите се вижда, че отговорът на първия въпрос е свързан

с възпроизвеждане от учениците на доказателство, дадено във всеки учебник. Вторият въпрос обаче изисква логически разсъждения, които в а) се съчетават с начертаване на геометричната фигура и елементите ѝ и прилагане на достатъчните условия за подобни триъгълници. В б) се налага използване на подобие, доказано в а), използване свойствата на подобните триъгълници и свойствата на пропорциите. Във в) е необходимо конкретизиране на резултатите в а) и б), както и на съдържанието на понятието коефициент на подобие, т.е. в (2) се съчетава приложение на аритметични, алгебрични и геометрични знания.

Въпросите, чиито отговори изискват логически разсъждения, трябва внимателно да се обмислят и съчетават. Добре е, ако отделните им части (подвъпроси) са независими една от друга. В противен случай допускането на грешка в началото води до верига от грешки и до ситуация, в която ученикът не може да отговори на въпроса като цяло, дори да е в състояние да отговори на отделните подвъпроси.

1.4. *Подбор, съчетаване и подреждане на въпросите.*

Съставянето на добър тест е свързано с подбор на внимателно подготвени и подредени въпроси, така че същите да дават възможност на учениците да покажат най-високото ниво на своите знания и умения. За целта въпросите в теста трябва

ва да са с проста структура и да са формулирани ясно и точно. Всеки тест трябва да проверява както способностите на учениците да мислят, така и тези да възстановят позната, преди това изучена информация. Освен това в тестовете е добре да се включват както въпроси от вида 1–5, така и такива, от вида 6 и 7, т. е. да има въпроси, свързани с решаване на задачи и доказване на теореми. Много важно, макар и на пръв поглед тривиално изискване, е въпросите в даден тест да бъдат подредени, така че да са с нарастваща сложност и трудност. Това помага на учениците да се почувстват по-уверени и насърчава по-слабите ученици да покажат максимума на своите способности. Добре е също така в обзорните тестове да се включват и допълнителни въпроси или въпроси по избор с цел диференциране на проверката и оценката на учениковите знания и умения. В кратките тестове това не е препоръчително.

*1.5. Оценяване сложността и трудността на отговорите и решението и представяне на теста.*

Тези две дейности [2], [3] обикновено са рутинни и не затрудняват опитните учители. Освен това оценяването зависи от съдържанието на конкретния въпрос (задача), от времето, необходимо за отговор, от обема на теста, от количеството знания, които ще се проверяват и от индивидуалните възможности на учениците в даден клас. Независимо дали

отговорите ще се оценяват с точкова или шестобална система, е добре учениците да знаят “цената” на всеки въпрос. Така те ще разпределят времето си за работа по всеки от тях.

Представянето на тест също не би трябвало да затрудни учителите с опит. Вариантите тук са разнообразни – на черната дъска, на прожектор, на индивидуални листи. Всеки учител подбира този вариант, който счита за подходящ за даден тест или за дадени ученици. Повечето учители предпочитат третия вариант (с индивидуални листи), тъй като при него се избягва опасността от грешно преписан въпрос, символ, указание и др.

## **2. Приложение на тест.**

Осъществяването на тази дейност е свързано с традиционни процедури в проверката и оценката на знанията на ученици като:

- Фиксиране на времето за работа;
- Разделяне (неразделяне)
- Предотвратяване на преписване;
- Осигуряване на условия за изява на по-добрите ученици (предварително подготвено)
- Предвиждане на възможност за отсъствие на отделни ученици

## **3. Оценка на резултатите от теста**

Тази дейност обикновено отнема много време, но е много важна както за учениците, така и за учите-

лите. Оценяването на всеки ученик е отговорна и деликатна процедура и затова при нея категорични препоръки не са удачни. Може да се спомене само, че често се случва даден ученик да е допуснал грешки на някои места в теста или в част от решението на конкретна задача, но в крайния резултат грешка липсва или обратно в междинните резултати няма, но крайният резултат не е верен. Ще разгледаме два последователни примера:

**Пример 1.** (тригонометрия). Намерете стойността на  $\cos 15^\circ$  във вид на израз с радикали.

Нека, например, ученик предлага следното решение:

$$\begin{aligned}\cos 15^\circ &= \cos(45^\circ - 30^\circ) = \\ &= \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}\end{aligned}$$

Тук със сигурност трябва да се оценят знанията на ученика за това, че:

– Съобразява, че  $\cos 15^\circ$  може да се намери чрез представяне на  $15^\circ$  като разлика  $45^\circ - 30^\circ$ ;

– Знае формулата за представяне на  $\cos(a - b)$ ;

– Знае да умножава и събира дробни.

**Пример 2.** (елементарна алгебра). Съкратете дробите

$$\frac{x^2 - 25}{x - 5}$$

Вярно решение

$$\frac{(x - 5)(x + 5)}{x - 5} = x + 5$$

Невярно решение

$$\frac{x^2 - 25}{x - 5} = x + 5$$

В този случай ученикът получава верен отговор в резултат на грешно решение. Следователно оценката трябва да е най-ниска, тъй като от решението се вижда, че е налице неразбиране на разлагане на многочлен на множители и съкращаване на рационална роб.

Възможно е ученикът да получи грешен отговор като използва вярна идея за решение, но в някоя негова стъпка допуска грешка (обикновено механична).

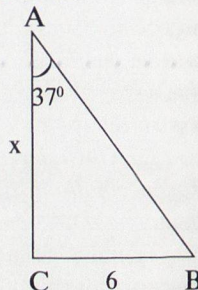
**Пример 3.** (тригонометрия) В  $\triangle ABC$   $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle A = 37^\circ$  и  $BC = 6$ . Намерете с точност до цяло число дължините на  $AC$  и  $AB$ .

Решение:

$$\operatorname{tg} 37^\circ = \frac{6}{x}$$

$$0.6018 = \frac{6}{x}$$

$$x = 10$$



Грешката тук е, че се използва  $\sin 37^\circ$  вместо  $\operatorname{tg} 37^\circ$  от четирисзначните таблици, т. е. така е намерена  $AB$ , а не  $AC$ . Ако по-нататък се използва питагорова теорема за намиране на  $AB$ , ще се получи отговор 12 и е налице т. н. “верижна” грешка. В този случай намаление на оценката

трябва да има само веднъж – за грешна стойност на  $\text{tg } 37^\circ$ .

Поради често срещани ситуации, подобни на тези в пример 3, е добре текстът на въпросите и задачите да се формулира точно и да се предвиждат различни методи за решаването им и различни варианти на представяне на отговора. Така се осигурява намаляване на грешките, а следователно и обективност при оценяване на работата на всеки ученик.

#### **4. Анализ на резултатите от теста.**

Тестовите са средство за измерване и оценяване и показват както нивото на усвояване на дадени знания и умения от учениците, така и качеството на преподаване на учебното съдържание от учителя. Те показват кои въпроси са били лесни, кои – трудни за учениците, къде изборът, съдържанието и формулировката на въпроса не са били удачни. Чрез анализа на резултатите учителят открива кои теми, определения, теореми, методи на решение са разбрани и усвоени и кои – не, т. е. необходим е внимателен анализ на въпросите и отговорите.

Ако резултатите от теста са добри и те представляват обективно най-

добрите възможности на учениците, то учителят може да е спокоен за своята и на учениците си учебна работа. Ако обаче е вярно обратното, учителят трябва честно да прецени кои са причините за това – неговото участие в процеса на обучение, недостатъчните знания на учениците или някакви други причини (обективни или субективни). Обикновено причините са няколко и техният анализ води както до отстраняването им и до организиране на бъдещо по-добро обучение, така и до съставяне на по-добри тестове с подходящ обучаващ и развиващ характер.

В заключение може да се каже, че изпитването с тест е важна част от реалната практика в обучението по математика и всеки учител трябва да изгради собствена философия за прилагане на тази форма на проверка и оценка. Но е особено важно този вид изпитване внимателно и отговорно да се обмисли, да се планира и осъществи така, че да се достигне до проверка на знанията, уменията на учениците, свързани с разбиране на структурата на математиката, а не на нейни изолирани части.



## ЛИТЕРАТУРА

- Аргирова, Т., В. Ковачева.* Математика за 5 клас на СОУ. С., 1994.
- Ганчев, И. и др.* Методика на обучението по математика 5–7 клас. П., 1997.
- Ганчев, И. и др.* Методика на обучението по математика от VIII до XI клас. I част. С., 1996.
- Ганчев, И. и др.* Методика на обучението по математика от VIII до XI клас. II част. С., 1998.
- Poosamentier, A., J. Stepelman.* Teaching Secondary School Mathematics. Columbus. Ohio, 1986.

### TEST – A WAY OF VERIFICATION AND ASSESSMENT STUDENTS' KNOWLEDGE IN TEACHING MATHEMATICS

IVANKA GEORGIEVA  
MARGARITA VERBANOVA

#### Summary

In the work we present the problem of verification and assessment students' knowledge and abilities by using tests. The basic activities in using tests are considered – constructing, administering, grading, interpreting test results. The theoretical ideas are illustrated by appropriate examples of mathematics material in primary secondary school.