НЯКОИ МЕТОДИЧЕСКИ БЕЛЕЖКИ ОТНОСНО ИЗУЧАВАНЕ НА ПОНЯТИЕТО ЧИСЛО В УЧИЛИЩНИЯ КУРС ПО МАТЕМАТИКА

Маргарита Върбанова

Понятието число е едно от основните понятия в математиката. То е възникнало в резултат на практическата необходимост у човека да определя количеството на обектите в дадено множество, да познава количествените отношения в реалния свят.

В съвременната математика знанията за различните множества от числа и операциите с тях се излагат в следната последователност: No, Z, Q, R, C, където No е множеството от естествени числа, включващо и числото 0. Всяко от тези множества е множество с операции и релации между неговите елементи. Налице е и релацията $No \subset Z \subset Q \subset R \subset C$, т. е. всяко от множествата Z, Q, R, C е разширение на предидещото множество.

Забележка: Множеството В се нарича разширение на множеството А, ако са изпълнени следните условия:

а) множеството А е истинско подмножество на множеството В;

б) всички операции и релации и техните свойства в множеството А важат и в множеството В, като техният смисъл за елементите на А съвпада с този, който са имали в А преди разширението;

в) в множеството В е извършима операция, която в А е била неизвършима или не винаги извършима;

г) разширението В е минималното от всички възможни, удовлетворяващи изискванията а), б) и в).

Ако А е множество, което е познато и изучено, а трябва да се изучи числовото множество В, възможни са два начина за неговото изучаване:

1. То се изучава като съвсем ново, независимо от А. След това се показва, че множеството А е изоморфно на някое подмножество на множеството В (схема 1).

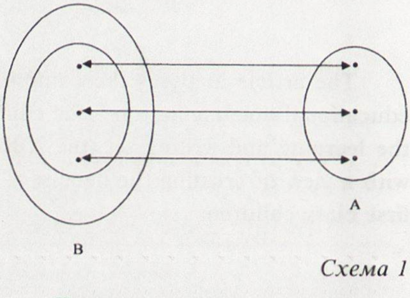

Схема 1

Такъв е случаят с изучаване на комплексните числа в училищния курс по математика.

2. Образува се ново множество, което е допълнение на познатото

множество. След това се дефинира множеството B, като $B = A \cup \bar{A}$. Така в училищния курс по математика се конструира множеството на реалните числа R – от множеството на рационалните числа Q и множеството на ирационалните числа $\bar{Q}$ се получава множеството на реалните числа $R=Q \cup \bar{Q}$.

Понятието число се проявява в училищния курс по математика в два аспекта:

– като цел в обучението;

– като средство при изучаването на друг учебен материал.

По-подробно ще се спрем на разглеждането на числото като цел в обучението.

В учебната програма по математика множествата от числа се разглеждат в реда No, D, Q, R, C, който се отличава от реда за разширяване на числовите множества в науката математика. При избора на последователността за разширяване на понятието число в училищния курс по математика се има предвид най-вече: вътрешните потребности на самата математика (извършимостта на операциите); потребностите на практиката и възприемателните възможности на учениците. Голямото приложение на десетичните дроби и използването им в ежедневието е наложило изучаването на множеството D (множество на десетичните и обикновените дроби). По-точно, последователността на разширяване на множествата No, D, Q се определя от различини фактори. По-важни от тях са:

1. Записването на десетичните дроби е естествено продължение на записването на естествените числа.

2. Десетичните дроби са тясно свързани с приетата десетична мерна система и имат по-голямо приложение в практиката в сравнение с обикновените дроби.

3. Алгоритмите на операциите с десетични дроби са аналогични с алгоритмите на операциите с естествени числа и в известен смисъл са по-прости от алгоритмите на операциите с обикновени дроби.

Според учебната програма по математика от 1994/95 год. естествените числа се изучават в началните класове, дробните числа изцяло се разглеждат в V клас, а в VI клас – множеството на отрицателните числа. Така разширяването на множествата на числата до множеството Q се извършва в VI клас. Трябва да отбележим факта, че на аликвотните дроби, т. е. на дроби от вида 1/n, където n O N не се отделя специално внимание, а те са интересни най-малкото в исторически аспект.

Разширяването на множеството Q до R се извършва в IX клас, а изучаването на множеството C се реализира само в часовете за факултативна подготовка и СИП. Или в рамките на курса по математика в СОУ множеството на естествените числа се разширява до R.

Във връзка с изграждането на ефективна методика за изучаване на понятието число е добре да се имат предвид и някои недостатъци при изучаването у нас до 60-те години на различните множества от числа.

По-важни от тях са:

1. Предмет на изучаване са самите отделни числа и операциите с тях, заедно със съответните алгоритми. Не се обръща достатъчно внимание на самите множества от числа и на свойствата на операциите в тези множества. Като пример можем да се посочи разглеждането на множеството N, което съдържа изучаването на всички естествени числа, без да се изтъква: затвореността на N относно операцията събиране и незатвореността му относно операцията изваждане; нулата като неутрален елемент при операцията събиране; единицата като неутрален елемент при умножението.

2. Не се разкрива достатъчно ясно връзката между различните множества от числа, въпреки че тя може много добре да се илюстрира чрез диаграмите на Ойлер-Вен (схема 2).

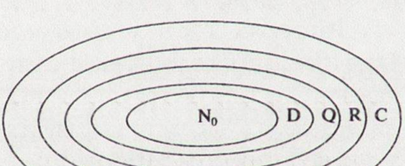

Схема 2

3. Не се изяснява идеята за историческото възникване и развитие на понятието число.

4. При изучаване на аритметичните операции не се изясняват понятията сбор, разлика, произведение и частно, а се дават направо съответните алгоритми за смятане.

5. При изучаване на различните множества от числа не се дава единен подход.

С цел отстраняване на тези недостатъци при изучаване на числата е възможно и целесъобразно използването на следните средства:

1. Изтъкване и акцентуване на факта, че всеки две числа имат сбор и произведение, но не всеки две естествени числа имат разлика и частно. Необходима е подходяща и правилно организирана работа за все по-ясно и съзнателно усвояване на основните свойства на операциите – комутативност, асоциативност, дистрибутивност.

Относно съзнателното усвояване на свойствата на операциите е добре учениците сами, а след това с помощта на учителя да разберат и осъзнаят рационалността и хитростта при изучаването им. Това изисква не строго теоретизиране на проблемите, а подходяща мотивация, убеждаваща учениците колко по-лесно и бързо се пресмята в някои случаи, когато се използват комутативното, дистрибутивното и асоциативното свойства.

За илюстрация е възможно да се използват задачи от вида:

1задача. Пресметнете:

а) $28 + 37 + 12 =$

б) $\frac{14}{15} \cdot 12\frac{1}{3} + 1\frac{9}{15} \cdot 12\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{15} =$

в) $-4\,(-3\frac{2}{3}).(-\frac{1}{4}) = \frac{3}{4} \quad \frac{2}{3}$

2 задача. Опростете а – в- (а – 5 + 0х) и пресметнете стойността на израза при $а = 7$ и $х = -3$

Дидактичната цел на втората задача е учениците да използват дистрибутивното свойство, като това е подсказано в текста на задачата чрез дейността "опростете".

2. Поетапно използване на диаграмите на Ойлер-Вен за изразяване връзките между различните множества при изучаването им. Добре е често да се изтъква това, че "новите" видове числа се добавят към "старите". Реализирането на цялата тази дейност е възможно да се осъществи и чрез използване на технически средства и се демонстрира наслагване на моделите на множествата.

3. Подходяща мотивация за изучаване на новото множество от числа.

Може да се посочат главно два начина за мотивиране разглеждането на новите видове числа:

а) чрез необходимостта от измерване на някои обекти;

б) чрез разширяване възможностите за извършване на някои операции.

Първият начин отговаря на потребностите на практиката, а вторият – на вътрешната потребност на самата наука математика.

Изборът на начина за мотивация зависи и от възможностите за усвояване на учебното съдържание от учениците на определена възраст. Това налага при изучаване на различните видове числа от по-малките деца да се предпочита първият, докато при по-големите ученици – вторият.

Възможно е да се използват различни видове задачи за мотивация.

При мотивация на отрицателните числа е подходяща следната задача:

1 задача. През деня температурата на въздуха е била $x°$ С, а през нощта се е понижила с 6°. Колко градуса е станала температурата ако:

а) $x = 18°$ б) $x = 7°$ в) $x= 6°$
г) $x = 4°$

Отг: а) 12°; б) 1°; в) 0°; г) – 2°.

Чрез условие г) се достига до случая, че от по-малко число се изважда по-голямо и за да се запише резултата е необходимо познаването на нова вид числа, т. е. отрицателните числа.

Като мотив за разширяване на множеството на рационалните числа и изучаване на ирационалните числа може да се посочи нуждата от нови числа за измерване на отсечки.

1задача. Даден е квадрат с диагонал, равен на 2 см. Намерете страната на квадрата.

В случая $S = x^2 = 2$, а се търси стойността на x. Достига се до извода, че няма число в множеството на рационалните числа, което да е дължина на страната на квадрата. Затова е необходимо изучаването на нов вид числа – ирационалните.

Друг мотив може да бъде свързан и с посочване нуждата от кореннуване, който отговаря на логическата необходимост в математиката – например $\sqrt{2}$ не е рационално число.

Мотив за изучаване на множеството на комплексни число може да бъде невъзможността да се реши уравнението $x^2 + 1 = 0$ в множеството R.

4. Използване на единен подход при изучаване на различните числови множества, състоящ се в:

а) мотивиране необходимостта от изучаване на новите числа;

б) мотивиране на новите операции в разглежданото множество, даване на дефиниции за операциите и на тяхна база построяване алгоритмите за откриване на съответните резултати;

в) решаване на задачи с цел затвърдяване на определенията и алгоритмите, като при евентуални затруднения на учениците не им се дава догматично верния отговор, а се насочват към модела, въз основа на който е дадена съответната дефиниция;

г) показване на свойствата на операциите и затвърдяването им чрез решаване на задачи, свързани с рационалното пресмятане;

д) решаване на задачи с цел приложение на новите числа и новите операции.

Горепосочените средства намират приложение при изучаване на различните числови множества и разширения от множеството N до множеството C. Очевидно, че една от задачите на учителя по математика е да се съобразява с тези особености при изучаването на числата.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аргирова Т., В. Ковачева.* Математика за V клас на СОУ. Просвета. С., 1994.

2. *Ганчев И., Л. Портев и др.* Методика на обучението по математика в 5–7 клас. Пловдив, 1997.

3. *Ганчев И., Ю. Колягин и др.* Методика на обучението по математика от VIII до XI клас. I, II част. С., 1996 – 98.

4. *Маджеров А., Р. Радев, З. Новакова.* Методика на обучението по математика в началните класове. С., 1992.

5. *Маджаров А., Р. Радев, З. Новакова.* Дидактико-методически технологии в обучението по математика. С., 1994.

6. *Шопова Д., Й. Кучинов и др.* Математика за III клас. С., 1993.

7. *Шопова Д., Й. Кучинов и др.* Математика за IV кас. С., 1993.

SOME IDEAS CONCERNING METHODS OF THE EXAMINATION OF THE CONCEPT OF NUMBER OF THE TEACHING MATHEMATICS PROCES

MARGARITA VARBANOVA

Summary

In the paper I offer some ideas for methods of teaching, connected with the number as a goal in the training at mathematics.