

# НОРМАТИВЕН ПОДХОД КЪМ ПОНЯТИЕТО “ТВОРЧЕСКА ЗАДАЧА” В ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА

*Виолета Маринова*

На основата на психологични изследвания на проблема за творчество, разработката третира нормативния подход към понятието “творческа задача”, който може да се разглежда като ориентираща основа за организация на творческата дейност на учащите се в обучението по математика. Посочва се възможност за реализация на принципа на Занков – “обучение на високо ниво на трудност”.

В съвременната теория на обучението е установено, че самият процес на обучение има трикомпонентна структура: съдържание на обучението, преподаване и учене. Взаимодействието между тях съставя самото обучение (В. В. Краевски, И. Я. Лернер).

Съвременната педагогическа психология и дидактика разглеждат процеса на учене като активна познавателна дейност на учащите се за усвояване на знания, умения и овладяване на начини на действие по отношение на усвояваното съдържание (В. В. Давидов, П. И. Пидкасистки, Т. И. Шамова).

В дидактиката познавателната дейност на учащите се разглежда като осъзнат целенасочен процес, изразяващ активно отношение на обучаемите към овладяването на знания, умения и навици, както и начини за тяхното получаване и имащи цел, съвпадаща с мотива (Н. А. Половникова).

От психологична гледна точка познавателната дейност е особен вид дейност. Тази особеност се състои в това, че основната форма на нейното протичане е вътрешна. Отговаряйки на познавателния мотив, вътрешната дейност се реализира основно посредством външни по форма процеси: външни действия или външнодвижещи операции (А. Н. Леонтиев).

Външно проявимото взаимодействие на опознаващия, мислещ субект с познаваемия обект в процеса на познавателната дейност е вътрешна страна на мисловния процес (К. А. Славская). Затова изучаването на умствената дейност на учениците в процеса на познанието, особеностите на нейната организация с цел осъществяване на развиващо обучение е необходим момент в изследване на формирането и развитието

на определени качества (страни) на познавателната дейност на учащите.

Едно от тези качества е познавателната активност, която има индивидуален характер. Тя, като качество на дейността на личността, се проявява в насоченост и устойчивост на познавателните интереси, стремеж за ефективно овладяване на знания и начини на действие, в мобилизиране на волевите усилия за достигане на целите на учебната дейност (Т. И. Шамова).

Активността, бидейки условие за познание, не е вродена черта на личността, а се формира в процеса на дейността, влияейки на нейното качество.

В психолого-дидактичните изследвания обикновено се определят две степени на познавателна активност: репродуктивна и творческа. Процесът на учене, обаче, който сега е общоприет, протича по същество на три различни взаимосвързани нива: репродуктивно, частично-търсещо и изследователско (творческо). Затова, изхождайки от същността на познавателната активност, Т. И. Шамова определя съответно три нейни нива: възпроизвеждаща активност, интерпретираща активност и творческа активност.

Възпроизвеждащата активност се характеризира със стремеж на ученика да разбере, да запомни и възпроизведе знанието, да овладее начина за неговото използване по образец. На това ниво, обаче, има неус-

тойчивост на волевите усилия, отсъствие на интерес към задълбочаване на знанията. С помощта на обяснително-иллюстративни похвати на обучение и проблемно изложение на знанията, учителят осигурява репродуктивен характер на дейността на учащите се.

Интерпретиращата активност се характеризира със стремеж на ученика да опознае същността на явлениято, връзките между явленията, да овладее начините за прилагане на знания в изменени условия. На това ниво има голяма устойчивост на волевите усилия на учащите се, епизодичен стремеж към самостоятелно търсене отговор на интересувания ги въпрос. С помощта на информационно-евристични похвати на обучение, учителят осигурява частично-търсещ характер на дейността на учащите се.

Творческото ниво на активност се характеризира с интерес и стремеж дълбоко да се проникне в същността на явленията и техните взаимосвързки по нов начин, намерен за тази цел. Учащите се проявяват стремеж към прилагане на знания в нови условия (пренасяне на знания и начини на дейност в нови, неизвестни по-рано условия). На това ниво на активност учащите се проявяват интерес към теоретично осмисляне на изучаваните явления и процеси, към самостоятелно търсене решаването на проблемите, възникващи в процеса на познавателната и практическа

дейност. Те имат високи волеви качества, настойчивост в постигането на целта, силни познавателни интегреси. Това ниво на активност на учащите се осигурява висока степен на съгласуваност между това, което знаят и новата информация, новото явление. Показаният механизъм се включва в действие посредством организиране на изследователската дейност на учащите се.

На всички нива на познавателна активност процесът на учене се осъществява на основата на аналитико-синтетична дейност като се спазва принципът за намаляване мощта на учителя.

Формирането и развитието на познавателна активност на учащите се в процеса на учене се постига с помощта на средства за активизация. Такива основни средства за активизация на познавателната дейност на учащите се са проблемното обучение и самостоятелната работа, които са ориентирани към реализиране на развиващите функции на обучението. В основата на указаните средства за активизация лежи задачата, с помощта на която се организира познавателната дейност на учащите се. Тази задача е средство и едновременно с това цел на дейността и предмет за изучаване.

Освен основните средства за активизация следва да се укаже също и съдържанието на обучението, методите и похватите за преподаване и учене на учениците, формите на учеб-

на дейност на учащите се и техните взаимовръзки.

Друго важно качество на дейността на личността, което е нужно да се формира у учениците е познавателна самостоятелност. Това качество е свързано с възпитание на положителни мотиви за учене, формиране на система от знания и начини на дейност за тяхното прилагане и придобиване на нови. То е свързано и с напъгане на волевите усилия. Във връзка с това учителят трябва да овладее система от средства за активизация на познавателната дейност на учащите се с цел формиране на познавателна самостоятелност като качество на личността.

В дидактиката познавателната самостоятелност се разглежда като качество на личността, характеризиращо се с готовност (стремеж и способност) да се осъществи със собствени сили под ръководството на учителя познавателна дейност за овладяване на знания и начини на дейност (Г. Н. Василева, Т. И. Шамова).

Това качество на личността се формира основно в хода на самостоятелната дейност на учащите се. То не е вродено и се формира в процеса на възпитание.

В съдържанието на понятието познавателна самостоятелност се определят три основни компонента: мотивационен, съдържателно-операционен и волеви. Тези компоненти са взаимосвързани и взаимообусловени.

**Мотивационен компонент.** Мотивът като осъзната подбуда е източник на целенасочена дейност, от една страна, а от друга се формира сам в процеса на дейността. Сред начините за формиране на мотива за активна познавателна дейност важно място заемат проблемните самостоятелни работи на учащите се, при изпълнението на които самостоятелната дейност на учащите се е насочена към възприемане на учебна задача и разрешаване на учебен проблем (в границите на проблемна ситуация). При това проявата на самостоятелност в процеса на познавателна дейност е нужно да се свърже с нейния мотив.

**Съдържателно-операционният компонент** включва в себе си владене от учащите се на система от водещи знания и начини на познавателна дейност (интелектуални и общоучебни умения).

**Волеви компонент.** За постигане целта на дейността освен стремеж към дейност, нужно е учащите се да проявяват волеви усилия. В тази връзка голямо значение придобива активизирането на волевите усилия, защото на които се крият в потребността, като изходни подбуди на човека към действие (С. Л. Рубинщайн). Активизирането на волевите усилия на учениците трябва да бъде ориентирано в процеса на учене към самостоятелно достигане на целта и резултата от дейността.

В дидактиката е общоприето отделянето на три нива на познавателна самостоятелност: репродуктивно, частично-търсещо и изследователско (творческо). Оттук става ясно, че подготовката на учащите се за творческа дейност трябва да се осъществява посредством последователен преход от репродуктивна към частично-търсеща и от нея към изследователска дейност, същността на които се разкрива съответно на три степени на познавателна активност.

В дидактичните изследвания, проведени върху материал от естествено-математическия цикъл, се определят признаци на познавателна самостоятелност като стремеж и умение за незабавно включване в самостоятелна дейност; стремеж да се решават задачи по различни начини; умение за критичен подход към фактите; умение за пренасяне на знания и навики в нова ситуация.

В дидактиката съществуват различни мнения за съотношението между понятията “активност” и “самостоятелност”. Най-разпространено е схващането, че понятието активност е по-широко от понятието самостоятелност. Например Б. П. Есипов разглежда самостоятелността като видово явление по отношение на родовото – активност.

Следва обаче да отбележим, че в дидактиката и в редица частни методики, когато се говори за формиране на познавателна активност и самостоятелност на учащите в обуче-

нието, значително внимание се отделя на различните методи, похвати и средства за обучение. В по-малка степен се изследва проблемът за ефективно съчетаване на формите на дейност на учащите се в обучението, както и влияние на съдържанието на обучението и структурната организация на учебния материал върху процеса на формиране на указанияте по-горе качества на личността на ученика.

Тъй като в обучението по математика голямо значение имат задачите, които са предмет на дейността на учащите се, то оттук следва тяхното значение и роля при формиране на тяхната творческа дейност.

Очевидно е, че на всяко ниво на познавателна самостоятелност на учащите се отговарят задачи, които изпълняват съответни функции.

В методичните изследвания на процеса на обучение по математика съответно се определят следните типове задачи, имащи относителен характер:

- задачи с дидактични, познавателни и развиващи функции;
- алгоритмични, полуалгоритмични и евристични задачи;
- стандартни и нестандартни задачи и т. н.

В коя да е от тези типологии училищните математически задачи, евристичните и нестандартни задачи се отнасят към творческите по степен на познавателна самостоятелност на задачата с развиващи функции, тъй

като те оказват най-силно влияние за развитие на творческото мислене на учащите се.

Математическите задачи от всеки указан тип се различават по степен на сложност и трудност. Това позволява при тяхното систематизиране, макар по един от критериите, и правилна организация на дейността на учащите се за решаване на задачи да се осъществява постепенен преход, например от алгоритмични задачи към евристични (творчески).

В психолого-дидактичните и методични изследвания се дава различна трактовка на понятието “творческа задача”. При това се определят компоненти на творческата дейност, с които трябва да се характеризира творческата задача. Към тези компоненти се отнасят [5]:

- 1) цел на дейността (или образец на крайния продукт), т. е. какво се изисква да се постигне;
- 2) предмет на дейността, т. е. изходният материал, подлежащ на преобразуване или изследване в съответствие с целта;
- 3) оръдие на дейността, т. е. средствата, необходими за преобразуване или изследване на предмета на дейността;
- 4) операции на дейността, т. е. начини за преобразуване или изследване на предмета с помощта на дадени средства;
- 5) продукт (резултат) от дейността, т. е. това, което се получава

реално в резултат на изследване или преобразуване на предмета.

В съответствие с това се разграничават следните видове творчески задачи:

- за разработване на неизвестния предмет на дейността;
- за разработване на неизвестните средства на дейността;
- за разработване на неизвестните операции (начини) на дейността;
- за разработване на неизвестните характеристики на продукта на дейността (свойства, отношения, закономерности);
- различни видове комплексни задачи за съвместна разработка на всички или няколко от указаните компоненти.

С цел по-точно разбиране на това, що е творческа задача, нека се обърнем към нейната структура.

В психолого-дидактичните изследвания се определят следните структурни елементи на задачата: *известно*, *неизвестно* и *търсено*. Известното в структурата на задачата е това, което е дадено, определено (условие или условия на задачата). Търсеното е това, което се изисква да се намери, да се получи (заключение на задачата). Неизвестното е това, което в задачата е зададено и подлежи на откриване (разработка) за последващо осигуряване на заключението на задачата. В зависимост от това дали съвпада неизвестното с търсеното (т. е. с целта на дейността) или не съвпада се определят два варианта

на трикомпонентната структура на задачата.

Ако неизвестното съвпада с търсеното (целта) на задачата, то то е представено в заключението на задачата. Например, да се намери числовата стойност на функцията  $y = x^2 - 5x + 6$  при  $x = 2,5$ . Тук неизвестното (числовата стойност на дадената функция при  $x = 2,5$ ) е търсеното (те са синоними). В този случай трикомпонентната структура на задачата ще бъде следната:

– условие на задачата, включващо в себе си известни данни (вид на функцията и конкретна стойност на аргумента);

– заключение на задачата, което показва какво трябва да бъде получено (числовата стойност на дадената функция при дадена стойност на променливата  $x$ );

– неизвестно (числовата стойност на функцията при  $x = 2,5$  – неявно представено в задачата чрез търсеното, т. е. те съвпадат).

Ако неизвестното не съвпада с търсеното и не е представено в структурните величини (елементи) на задачата, то често става начин на действие, а търсеното може да се окаже известно. Например да се докаже, че в правоъгълния триъгълник квадратът на хипотенузата е равен на сумата от квадратите на катетите. Тук търсената зависимост  $a^2 + b^2 = c^2$  е известна, а неизвестното е начинът за доказване на указаното свойство на

правоъгълния триъгълник, т. е. неизвестното и търсеното не съвпадат.

Структурата на задачата в случая има вида:

– условие на задачата – даден е правоъгълен триъгълник;

– заключение на задачата – търсената зависимост  $a^2 + b^2 = c^2$ ;

– неизвестно – начинът за доказване на формулираното свойство на правоъгълния триъгълник и известното търсено свойство  $a^2 + b^2 = c^2$  са представени в явен вид и не съвпадат, т. е. неизвестното не влиза в заключението на задачата.

В качеството на неизвестно на задачата могат да бъдат: предметът на дейността, оръдието (средството), операциите и характеристиките на продукта на дейността, а също и техните възможни комбинации.

Тъй като в заключението на задачата е представена целта на дейността (търсеното), то неизвестното може както и да съвпада, така и да не съвпада с целта на дейността. Затова са възможни две различни структури на творчески задачи, а именно:

1) в едната от които неизвестното съвпада с целта на дейността;

2) в другата – не съвпада.

Затова една и съща творческа задача относно неизвестното може да бъде представена с различни формулировки от гледна точка на различни структурни оформлениа.

За тази цел нека разгледаме два варианта на формулировка на Пита-

горовата теорема относно неизвестното, които са начини за нейното доказателство.

1. Дадени са правоъгълен триъгълник и формулата  $a^2 + b^2 = c^2$ , която установява, че в такъв триъгълник сумата от квадратите на катетите е равна на квадрата на хипотенузата. Изисква се да се намери начин за доказване на това свойство на правоъгълния триъгълник.

2. Даден е правоъгълен триъгълник. Изисква се да се докаже, че в него квадратът на хипотенузата е равен на сумата от квадратите на катетите:  $a^2 + b^2 = c^2$ , ако начинът за доказване е неизвестен.

В първата формулировка има съвпадение на търсеното (целта на дейността) и неизвестното. Във втората – неизвестното и целта на дейността не съвпадат (те са “разделени”).

Коректната постановка (формулировка) на задачата от позиция на нормативната творческа дейност (както се потвърждава от редица психологични изследвания) предполага структура на задачата, в която неизвестното не съвпада с търсеното, т. е. с целта на дейността.

За по-лесното отделяне на търсеното от неизвестното се предлага да се въведе в творческата задача освен двете традиционни рубрики “дадено” и “изискване (заключение)” още една рубрика “зададено”.

Във връзка с тези препоръки в “изискването (заключението)” на

творческата задача при нейната формулировка се поставя целта на дейността, която е известна.

В рубриката “дадено” се включват всички известни компоненти на дейността. В основни линии това е нейният предмет и понякога са известни средствата (оръдията) на дейността.

В рубриката “зададено” се включват неизвестните компоненти на дейността, подлежащи на откриване. В основни линии това са средства (оръдия), начини (операции) и теоретични характеристики на резултата (продукта) на дейността.

В съответствие с тази структура формулировката на творческата задача, например, на Питагоровата теорема може да бъде следната:

“Даден е правоъгълен триъгълник. Да се докаже, че в него квадрата на хипотенузата е равен на сумата от квадратите на катетите:  $a^2 + b^2 = c^2$ . Зададена е система от допълнителни построения и правила за доказателство.”

В дадения случай системата от допълнителни построения и правила за доказателство на теоремата не са известни на учащите се. Затова в рубриката “зададено” им се дава ориентираща основа на търсенето, т. е. това, което трябва да се намери и разработи, за да се реши задачата.

Постановката на творчески задачи с указаната структура в часовете по математика в 6–8 (или 7–9) клас, както показва проведенният от нас ек-

сперимент, в повечето случаи е малко достъпна за учащите се. Търсенето на по-достъпна форма позволява да се убедим в това, че структурата на една учебна задача е най-приемлива за формулиране на творческа задача.

В теорията на учебната дейност учебната задача се разглежда като основен компонент наред с учебните действия, действията контрол и оценка [2].

Учебната задача е обобщена цел на дейността, формулирана пред учащите се във вид на обобщено учебно задание, например: “Да се осъзнае и усвои начинът на действие за решаване на показателни уравнения”.

Отличителна особеност на учебната задача е тясната и връзка със съдържателното (теоретическо) обобщение. Тя води учащия се към овладяване на обобщени отношения в изучаваната област на знание, към овладяване на нови начини на действие. Приемането на учебната задача от ученика “за себе си” и нейната самостоятелна постановка са тясно свързани с мотивацията за учене, с превръщането на ученика в субект на дейността [3].

В учебната задача могат да се отделят два основни компонента – учебна цел и съдържание на учебния материал, към усвояването на който тя е ориентирана. Учебната задача ориентира дейността на ученика не към получаване на правилен резултат при решаване на конкретна за-



дача, а към правилност при прилагане на усвоения общ начин на действие [9].

Изхождайки от определените компоненти, учебната задача може да се представи във вид на системата “учебна цел – предметни задачи”, където предметната задача е произволна училищна задача (математическа, физична и т. н.).

Целта на учебната задача, като правило, произтичаща от целите на обучението, може да бъде разчленена на подцели, всяка от които позволява да се отдели конкретна задача от дадено множество предметни задачи. Това означава, че учебната дейност на учащите се за решаване на учебни задачи се осъществява с помощта на конкретни учебни задания. Те изискват от учащите се в явен вид провеждане на изследване, анализ, самостоятелно изучаване на явления, построяване на начини за изучаване или фиксиране на резултати, за изучаване във вид на модели на тези явления и начини за тяхното усвояване [8]. Следователно, за да стане предмет на учебната дейност на учащите се, учебната задача трябва да бъде преобразувана в учебно задание. Тя може да включва в себе си едно или няколко учебни задания.

Целите на учебната задача определят тези знания, умения и навици, които трябва да овладее учащите се. Те се постигат, като правило, в резултат на изпълнение на няколко учебни задания, на тяхна система. Не

се изключва обаче достигането на тази цел и с помощта на едно задание. Главното тук се състои в това, че една или система от конкретни цели осигурява реализация на обобщената цел, т. е. на учебната задача.

Така учебната задача като обобщена цел на учебната дейност може да бъде формулирана, предявена и приета от учащите се като система от учебни задания, всяко от които представлява единство на изискването на учебното задание и една или няколко конкретни предметни задачи. При това всяко отделно учебно задание се строи на основата на целта на учебната задача, което се преобразува в негово изискване [1].

Нека приведем пример на такова учебно задание.

**Задание 1.** Намерете теоретичните положения, свързани с условието и заключението на следната задача. Дайте обосновка на направения избор и решете задачата.

**Задача.** В триъгълника  $ABC$  е прекарана отсечка  $DE$ , успоредна на страната  $AC$  (краят  $D$  на отсечката лежи на страната  $AB$ , а  $E$  – на страната  $BC$ ). Намерете  $AD$ , ако  $AB=16$  см,  $AC=20$  см и  $DE=15$  см.

Тук в рубриката “зададено” целта на учебното задание е формулирана във вид на изискване (заключение, първи компонент на учебното задание), което съдържа неизвестни компоненти на творческа дейност: теоретични положения – по-рано доказани теореми, признаци, свойства,

т. е. средства, необходими за решаване на предложената задача (оръдия на дейността) и начин за решаване на задачата (операции на дейността).

Задачата, като втори компонент на учебното задание, не съдържа неизвестни компоненти на творческа дейност и, следователно, неизвестното не съвпада с търсеното в задачата.

Така формулираното по-горе учебно задание съдържа компоненти на творческа дейност и има съответна структура. Следователно то е творческо учебно задание.

Ще приведем още примери на творчески учебни задания.

**Задание 2.** Дайте обосновка на избора на теоретичните положения, лежащи в основата на решаването на следната задача. Кой от тях непосредствено следват от условието и заключението на задачата, а кои не?

**Задача.** Хордите  $AB$  и  $CD$  на окръжност с произволен радиус се пресичат в точка  $P$ . Докажете, че  $AP \cdot BP = CP \cdot DP$

Теоретичен материал.

1. Теорема за вертикалните ъгли.
2. Свойство на вписаните ъгли, имащи една и съща дъга от окръжност.
3. Признак за подобие на триъгълници по два съответно равни ъгъла.
4. Свойство на страните на подобни триъгълници.

В това задание средствата (оръдията) на дейността са частично известни, тъй като са известни теоретичните положения, необходими за доказване на указаното свойство. Това свойство като образец на крайния резултат (продукт) на дейността в даденото задание е известно. За изпълнение на съответното доказателство обаче е необходимо да се изпълни система от допълнителни построения, която на нея е известна. Тези построения също се отнасят към теоретичната част от средства (оръдия), с помощта на които се осъществява изследване на началната ситуация на задачата с цел определяне в нея на характеристиките на крайната ситуация.

**Задание 3.** Като изходите от свойствата на успоредника, равнобедрения триъгълник и определението на медиана на триъгълник, отделете и обоснове теоретичните положения, необходими за решаване на следната задача.

**Задача.** В четириъгълник диагоналите са взаимно перпендикулярни и разполовяват ъглите му. Определете вида на четириъгълника и обоснове направения извод.

Това задание, в качеството на неизвестни компоненти на творческа дейност, съдържа теоретични положения (оръдия), необходими за определяне на неизвестния предмет на дейността на основата на известна цел – да се определи и обоснове видът на четириъгълника.

В психология на обучението се разглежда още един вид творческа задача – за определяне на новите условия на дейността, като се изходи от външната структура на задачата [7]. В училищния курс по математика това са такива учебни задания, в които трябва да се направи обоснован избор на теоретичните положения за намиране на различни начини за решаване на задачата.

**Задание 4.** Направете обоснован избор на теоретичните положения за всеки от трите възможни начини за решаване на следното тригонометрично уравнение.

**Задача.** Дадено е тригонометричното уравнение  $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ . Намерете неговите корени.

Теоретичен материал.

1. Формулите, изразяващи  $\cos(a \pm b)$  и  $\sin(a \pm b)$  чрез косинусите и синусите на ъглите  $a$  и  $b$ .

2. Въвеждане на помощен ъгъл, позволяващ да се сведе даденото уравнение към уравнение, съдържащо синус или косинус на сума или разлика на два ъгла.

3. Формулите, изразяващи синус и косинус на даден ъгъл чрез тангенс на половинката ъгъл.

4. Формулите, изразяващи синус и косинус на дадения ъгъл чрез синус и косинус на половинката ъгъл.

5. Основното тригонометрично тъждество.

В това учебно задание неизвестни компоненти на творческата дейност са условията, характеризиращи

един или друг начин на действие за решаване на даденото уравнение, а също операционният състав на всеки от трите начина за решаване. Известни са теоретичните положения, необходими за избор на условия на действие при търсене на решаването, и целта на дейността – да се реши даденото уравнение. Неизвестното и целта на дейността не съвпадат.

**Задание 5.** Направете обоснован избор на похватите за търсене решаването, ориентирани към реализиране на всеки от трите възможни начини за решаване на следната задача.

**Задача.** Две коли тръгнаха едновременно от един и същ пункт в една и съща посока. Първата кола се движи със скорост 50 км/ч, а втората – 40 км/ч. След половин час от същия пункт и в същата посока тръгнала трета кола, която настигнала първата половин час по-късно отколкото втората. Каква е скоростта на третата кола?

Теоретичен материал.

1. Сравняване на времето, през което е пътувала третата кола до момента, в който е настигнала втората и до момента на настигане на първата, ако се обозначи търсеното с  $x$ .

2. Сравняване на разстоянието, изминато от третата кола до момента, в който е настигнала втората и до момента на настигане на първата, ако се обозначи търсеното с  $x$ .

3. Сравняване на разстоянието, изминато от третата и първа коли до

момента на настигане на първата, ако се означае търсеното с  $x$ .

В даденото учебно задание са неизвестни условията, които характеризират конкретния начин на действие и неговия операционен състав. Известни са теоретичните положения, позволяващи на обучаемия да осъществи избор на условията за реализиране на един или друг похват за търсене решаването на задачата, и целта на дейността – да се намери скоростта на третата кола. Неизвестното и целта на дейността не съвпадат.

**Задание 6.** Изпълнете аналитично търсене решаването на задачата с използване на синусова теорема и без нейното използване при определяне страните на триъгълника, който е основа на пирамида по условието и заключението на следната задача.

**Задача.** Намерете обема на правилна триъгълна пирамида, ако ъгълът между два околни ръба при върха е равен на  $\alpha$ , а радиусът на окръжността, описана около околна стена е равен на  $R$ .

Тук неизвестни компоненти на творческата дейност са условията, които характеризират начина на действие на учащия се без използване на синусова теорема при търсене решаването на задачата, а също и теоретичните положения за обосноваване и операционният състав на съответните похвати за търсене. Известна е целта на дейността – да се определи обемът на пирамидата. Неизвестното и целта на дейността не съвпадат.

Така на основата на психологични изследвания на проблема за творчество разкрихме нормативния подход към понятието “творческа задача” в обучението по математика в училище.

Същността на този подход се състои в това, че използвайки понятието “учебна задача” като основен компонент на учебната дейност е предложена структура от творчески задания в обучението по математика, която има две разновидности: “задание – задача” и “задание – задача – теоретичен материал”. Разкривайки в последния случай съдържанието на теоретичния материал (третия компонент на творческото задание), необходим за обосноваване на осъществяваните преобразувания, ние определяме базис на творческото задание, правим го известен на учащите се (като оръдие на творческа дейност).

“Заданието” – първият компонент на творческото задание в обучението по математика може да съдържа следните неизвестни компоненти на творческа дейност или тяхна съвкупност:

– изходен материал, подлежащ на преобразуване или изследване за достигане на целта (търсеното), който е елемент на “задачата” (на втория компонент на творческото задание);

– средства за решаване на задачата: теоретични положения – по-рано доказани теореми, признаци,

свойства, отношения, допълнителни построения и др.;

– начини за преобразуване или изследване на изходния материал с помощта на дадените средства, а също алгоритми и (или) похвати за решаване на задачи;

– резултат от изследването или преобразуването на дадения материал: закономерности, свойства, отношения;

– условия за достигане целта на дейността: обоснован избор на теоретични положения, характеризиращи различните начини за решаване на задачата; обоснован избор на похватите за търсене, реализиращи различни начини за решаване; търсене на решаването на задачата при зададени начални условия и т. н.

Неизвестният компонент на творческата дейност (в случая възприемането от учащите се на творческото задание) създава проблемна ситуация. Търсенето на неизвестно в проблемна ситуация завършва с намиране на търсеното в задачата.

В процеса на обучението по математика нормативният подход към творческата задача (в структурата на творческо задание) може да претърпи определени отклонения, поради спецификата на изучавания материал – неговата логическа структура и сложност. Компонентите на творческа дейност могат да получат по-нататъшно развитие и т. н.

Трябва обаче да се има предвид, че успешното включване на учащите се в активна творческа дейност

зависи до голяма степен от системата творчески задачи (задания), които са предложени на учащите се на частично-търсещо и творческо ниво на тяхната учебна дейност.

Проведените от нас експериментални изследвания показват, че необходимо условие за повишаване нивото на активност на процеса на учене на учениците е такава система от задачи, в която те са систематизирани по критериите *сложност* и *трудност*.

Сложността на творческото задание, като обективна характеристика, може да бъде определена с помощта на структурата (вътрешната) на задачата, т. е. на втория компонент на творческото задание [4]. На свой ред трудността, като обективна характеристика с определена степен на условност, може да бъде определена с броя на неизвестните компоненти на творческата дейност, включени в първия компонент на творческото задание, т. е. в рубриката “Задание”.

Възможността на такъв подход за определяне на трудността на творческо задание произтича от това, че неизвестният компонент на творческото задание, което е елемент на проблемна ситуация, възникнала на негова основа, представлява отсъстващото знание за закономерностите на предмета на действие или начина на действие или други компоненти на творческа дейност, които са необходими за изпълнение на поставе-

ното задание (достигане на поставената цел). В проблемна ситуация неизвестното се характеризира с два основни показателя:

1) степен на новост (по отношение на усвоените знания и начини на действие);

2) степен на обобщеност на усвоените закономерности или начин на действие (по отношение на достигнатото ниво на обобщение).

Тези показатели имат важно значение при определяне степента на трудност на проблемната ситуация, а следователно трудността на творческото задание [7]. Следователно, с нарастване броя на неизвестните компоненти на творческата дейност и взаимовръзката между тях, нараства трудността на творческото задание. При това трудността на проблемната ситуация, а следователно, и на творческото задание се характеризира и с други показатели като интелектуални възможности на учащия се, опит от минала дейност, проблемност на задачата, сложност на задачата (на втория компонент на творческото задание). Пренебрегвайки ги обаче, нека отбележим, че при еднакви числови показатели на трудността на творческото задание следва да се отчита и сложността на влизащата в него задача.

Нека определим сложността и трудността на творческото задание. За тази цел да разгледаме петото от тях.

За определяне сложността на разглежданото творческо задание да

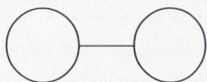
оценим сложността на влизащата в него задача. При това да използваме похват за сравняване на времето за пътуване на третата кола до момента на настигане на втората и до момента на настигане на първата, ако скоростта на третата кола е  $x$  км/ч.

Този похват насочва ученика към разглеждане на два случая (ситуации). Наистина, третата кола е тръгнала само половин час след отпътуването на първата и втората, които са се движили със скорост – съответно  $50$  км/ч и  $40$  км/ч. За да ги настигне третата кола трябва да съкрати разстоянието между себе си и колите – съответно с  $25$  км и  $20$  км. Това е възможно за сметка на нарастване на скоростта на третата кола по отношение на първата и втората – съответно  $(x-50)$  и  $(x-40)$  км/ч. Тези помощни данни позволяват да се изрази чрез  $x$  времето, което е необходимо на третата кола да догони втората, а след това първата, а именно: и часа. Сравнявайки във всяка ситуация полученото време, за което третата кола догонва втората, а след това първата и знаейки, че тя догонва първата половин час по-късно, отколкото втората, установяваме взаимовръзката между двете ситуации, формализирани в задачата.

Нека забележим, че всяка от двете ситуации се формализира с помощта на указания похват чрез основното отношение  $a \cdot v = c$  (тъй като зависимостта между елементите в първата и втората ситуация се опре-

деля от формулата  $v.t=s$ ), определено от предметната област на задачата. Ситуацията, формализирана в задачата посредством основното отношение, е елемент от структурата (възрешната) на задачата. При това тя е минимален компонент, притежаващ свойствата на цялото (т. е. задачата).

Ако всяка от двете ситуации означим с кръгче, а връзката между тях с отсечка от права, то при зададения похват за търсене решаването на задачата, ще получим структурата ѝ, показана на фигурата:



Получената структура има два елемента и явна връзка между тях. Структурите на задачите могат да съдържат също и неявни връзки. В този случай елементите на задачата, между които има неявна връзка, са изолирани един от друг.

Знаейки структурата на задачата може да се определи нейната сложност по формулата  $s = m+n+l$ , където  $l = 0, 1, 2$  [4, 6]. Тук  $m$  е броят на елементите (ситуациите) в структурата на задачата;  $n$  – броят на явните връзки и  $l$  – броят на типовете връзки в структурата: явни, неявни.

В дадената структура на задачата  $m = 2, n = 1, l = 1$ , поради което сложността на задачата е  $s = 2+1+1 = 4$ .

Следователно сложността на разглежданото творческо задание (задача) е равна на 4.

За определяне на числовия показател на трудността на творческото задание нека се обърнем към неговия първи компонент. От съдържанието на заданието следва, че условията, характеризиращи начина на действие и неговия операционен състав при реализиране на определения от нас похват са неизвестни на учащите се. Такива условия на дейността в дадения случай са необходими за определяне на две ситуации, формализуеми чрез основното отношение  $a.v = c$ , като се използва понятието “нарастване на скоростта”. Определените по този начин ситуации позволяват да се определи операционният състав на начина за решаване на задачата (вторият компонент на творческото задание).

Така първият компонент на даденото творческо задание съдържа два неизвестни компонента на творческата дейност. Затова трудността на това творческо задание (задача) е  $T = 2$ .

Възможността за определяне на числовите характеристики на сложността и трудността на творческите задания (задачи) позволява да се реши проблемът за тяхната систематизация по критериите сложност и трудност. При това на всяко ниво на сложност имаме възможност да подредим творческите задачи по нарастване на степента им на трудност. Във връзка с това принципът на Л. В. Занков “обучение на високо ниво на трудност” (но, разбира се, достъпно за

учащите) придобива реална възможност за реализация.

Така нормативният подход към понятието “творческа задача” може да се разглежда като ориентировъчна основа за организиране творческата дейност на учащите се в часо-

вете по математика. При това следва да се даде предимство на груповите и индивидуални форми на дейност като начини за организиране на самостоятелната дейност на учащите се съответно под наблюдение и контрол на учителя.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Воробьева, Н. Г.* Творческие задания – средство активизации познавательной деятельности учащихся. – Математика в школе, 1987, № 4.
2. *Давыдов, В. В.* Проблемы развивающего обучения. Москва, Педагогика, 1986.
3. *Давыдов, В. В., А. К. Маркова.* Концепция учебной деятельности школьников. – Вопросы психологии, 1981, № 6.
4. *Епишева О. Б., В. И. Крупич.* Учить школьников учиться математике. Москва: Просвещение, 1990.
5. *Калошина, И. П.* Структура и механизмы творческой деятельности. Москва, МГУ, 1983.
6. *Крупич, В. И.* Структура и логика процесса обучения математике в средней школе: Москва, МГПУ, 1995.
7. *Матюшкин, А. М.* Проблемные ситуации в мышлении и обучении. Москва: Педагогика, 1972.
8. *Фридман Л. М., К. Н. Волков.* Психологическая наука – учителю. Москва, Просвещение, 1985.
9. *Эльконин, Д. Б.* Психология обучения младшего школьника. – Москва, Знание, 1974.

## NORMATIVE APPROACH TOWARDS THE CONCEPT OF CREATIVE TASK IN THE TEACHING OF MATHEMATICS

VIOLETA MARINOVA

### Summary

The work treats a normative approach towards the concept of creative task who can consider like a tentative base for organization of the creative work of the learners in the teaching of mathematics. It shows a possibility for realization of Zankov's principle – teaching on highly degree of difficulty.