МАТЕМАТИЧЕСКО МОДЕЛИРАНЕ В ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА – ГОРЕН КУРС

Венета Недялкова, Виолета Маринова

Радикалните изменения, протичащи в нашата страна, засегнаха социално-икономическата, политическата и идеологическата сфери на дейност. Те изискват съществено подобряване професионалната подготовка на специалистите. Висока квалификация и компетентност на кадрите са определящи за мащабите и темповете на провеждащите се реформи.

Под влияние на тези фактори, обемът от знания, необходим за подготовката на съвременния специалист непрекъснато се увеличава.

Пътищата за реализация на задачите, поставени пред училището, в светлината на провежданата реформа, предполага, в частност, създаване на условия за обезпечаване математическата подготовка на учениците, свързана с приложните аспекти на математиката. Умението грамотно да изследват реални ситуации с математически средства има голяма практическа значимост.

Изучаваното от учащите се за математическото моделиране и неговата структура свидетелстват за ниско ниво. Такова ниво не удовлетворява потребностите за успешно усвояване на приложните задачи в курса по математика.

П. Я. Галперин определя три различни типа ориентация в процеса на обучение.

I тип се отличава със съществена непълнота на ориентирите, давани на учениците (обикновено като образец за действие). Учителят показва на учениците образец на решение на задача от нов вид, а след това учениците, ориентирайки се по този образец, самостоятелно, но формално, решават голямо количество еднотипни задачи. Да оставим голямата загуба на време и сили, но само отделни ученици придобиват умение самостоятелно да решават подобни задачи. Болшинството от учениците така и не се научават безпогрешно и самостоятелно да решават задачи, ако те се различават от разгледания пример – образец, дори и при несъществени различия.

II тип ориентация се характеризира с това, че дава пълна система от указания за безпогрешно изпълнение, умствено и практически да разреши проблема, но тези указания се поднасят на учениците в готов вид и в такава конкретна форма, която е присъща само за ориентиране в отделен частен случай.

III тип ориентация принципно се различава от първите два. При този тип на учениците се дава методът за анализ на обектите с цел самостоятелно ориентиране в основните действия за решаване на проблема.

Този тип ориентация се отнася и за случая на математическото моделиране.

Идеите на математическото моделиране са се използвали в математиката от древни времена. През последните три столетия, математици, физици, химици, биолози, инженери и др. все по-често са използвали математическото моделиране (предимно неявно) в изучаване на действителността, изграждане на теории за реални явления или процеси.

Очевидно, осъзнаването на моделната същност на математиката можем да смятаме, че започва от времето на Г. Галилей.

Разглеждайки в исторически аспект, понятието математически модел, заблеязваме че основната му функция се характеризира със съставянето на математически зависимости, описваши реални процеси, и преминавайки към формално математическо анализиране на количествените и качествените характеристики, присъщи на разглежданото явление.

В днешно време има голямо количество трактовки на понятието "математически модел" различаващи се както по несъществени оттенъци, но и често по сериозни принципни моменти. Главните от тях – отношението към мястото, заемащо математическия модел в познанието и в практическите дейности, при това на ниво приложно или фундаментално изследване.

Затова под <u>математически модел</u> ние ще разбираме система от формални математически средства, свързана с анализа на приложно-математически задачи (явления, процеси, ситуации и т.н.)

Под <u>математическо моделиране</u> ще разбираме процеса на прилагане на съвкупността от последователно уточняващи се математически модели за изучаването на разглежданата задача.

В такъв смисъл, може да се каже, че по своята същност, математическото моделиране преследва в значителна степен методически цели, свързани с формализацията на реални процеси и интерпретирането им с формални математически средства, т.е. осъществяване на някаква "нагледност" на абстрактни математически понятия.

В този смисъл на учащите се може да бъде дадена следната обща схема:

1) анализиране на явлението (да се отделят съществените и второстепенни зависимости)

2) въвеждане на променливи

3) построяване математически модел на явлението

4) изследване на получения модел.

5) анализиране резултатите от изследването на модела

6) доуточняване на модела (в случай на не съвсем точно описание)

Анализирайки ДОИ се установява, че има възможности за реализация на повече компоненти от математическото моделиране. Болшинството от тези възможности невинаги се използва и следователно се измества работата по формиране на понятия за математическото моделиране. Това оказва отрицателно въздействие върху подготовката на учениците, в частност в изграждането на умения за решаването на приложни задачи.

Въвеждането на темата "Вероятности и статистика" в средното училище ни дава голяма възможност за прилагане на гореизложеното.

Например:

Двама братя харесват и имат възможност да закупят един и същ компютър с вероятности съответно 0,7 и 0,8. Каква е вероятностт компютърът да бъде закупен поне от единия.

Решение:

I етап Опит — закупуване на компютър

P(A)=0,7	**Събтие С - компютърът е закупен**
P(B)=0,8	**Събитие А - компютърът е закупен от първия брат**
n=2	**Събитие В - компютърът е закупен от втория брат**
P(C)=?	

Събитието С е случайно събитие, което се осъществява или от осъществяването на А, или от осъществяването на В или от тяхното едновременно осъществяване. Следователно събитията А и В са съвместими и независими.

На математическия модел съответства теорема за вероятност на сума от независими, съвместими събития.

$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A.B)$

II етап

$P(C)=P(A+B)=07+0,8-0,7.0,8=0,94$

III етап: Отговор: $P(C)=0,94$

Тази тема е включена в много по обширен експеимент започващ от 1990 г. Проведени са няколко експеримента от 1990 г. и завършили 2005 г.

(Рабфак; Спортно училище; ТОХ; 2 Езикови имназии)

Тъй като методиката на преподаването на темата “Вероятности и статистика” съществено се отличава от въведеното в училище по ДОИ, то бих изказала някои мои мнения и препоръки:

1) Допълнителна квалификация на учителите – 6h.

2) По-добър баланс между вероятностите и статистиката. В момента статистиката е с много голям превес.

3) Събирането и изучаването на вероятностите и статистиката в последния, 12 клас. Ползите от това са:

а) вместо преговора от 10. клас може спокойно да се включи формула за пълната вероятност, формула на Бейс, и дори схема на Бернули;

б) ще бъде осъществена успешна връзка между средното училище и ВУЗ-а. (Почти всички ВУЗ-ове изучават тази дисциплина).

4) В стремежа си да заинтригуват учениците и покажат ползата в много сфери от живота някъде се срещат задачи, чиято терминология (или процес на изпълнение) са вече непопулярни сред учениците.

Например:

а) политически

б) колода карти

в) машинни детайли

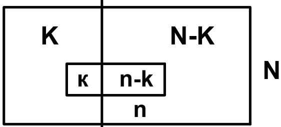
г) тото 2 6/49 и др.

По-добре е да се използват непреходни процеси, а след това учителите сами да съставят подходящи за времето си задачи.

Горещо препоръчвам при обучението по “Комбинаторика” и “Вероятности” следната комбинаторна схема, която има голямо приложение в решаването на много задачи и е на практика точно математически модел, отразяващ много и различни процеси и явления. Освен това след съставянето му, учениците сами могат да съставят свои задачи.

Задача: От N елемента ($N>0$) точно K ($K\geq 0$; $K\leq N$) притежават дадено свойство.

Комбинаторика	Вероятности
По колко начина можем да изберем n елемента n<N така, че точно к от тях (k<K; k<n) да притежават даденото свойство.	Каква е вроятността от произволни избрани n елемента, точно k от тях да притежават даденото свойство



$m = C_K^k C_{N-K}^{n-k}$ $\qquad$ $p = \dfrac{C_K^k C_{N-K}^{n-k}}{C_N^n}$

Извеждането на тази схема трябва да започне първо със задача, в която учениците конкретно трябва да могат да преброят всички възможности.

Например: Ученик се явява допълнително на контролно, което съдържа 7 въпроса. От тях той знае 1, 2 и 3 и не знае 4, 5, 6 и 7. Трябва да изтегли два въпроса.

По колко начина може да изтегли

а) 2 въпроса, които знае

б) 2 въпроса, които не знае

в) 1 въпрос който знае и 1 който не знае

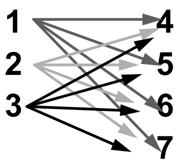
3 въпроса	4 въпроса
1 2 3	4 5 6 7

7 въпроса

а)1 и 2
1 и 3 обобщаваме C_3^2
2 и 3

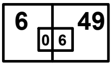
б) 3 и 4; 5 и 6; 6 и 7 обобщаваме C_4^2
4 и 6; 5 и 7
4 и 7

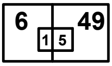
в) обобщаваме $C_3^1 . C_4^1$

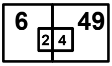


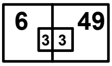
След това може да се даде подобна задача, но при която изброяването ще е много трудоемко.

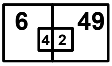
Нека сега въпросите са 49, от които той знае 6. Трябва да се изтеглят 6 въпроса. По колко начина могат да се изтеглят така, че той да знае

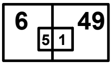
а) 0 въпроса 

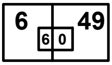
б) 1 въпрос 

в) 2 въпроса 

г) 3 въпроса 

д) 4въпроса 

е) 5 въпроса 

ж) 6 въпроса 

Тази задача вече при темата “Вероятности” спокойно може да измести задачите за тото 2 6/49

Сега вече може да се обобщи и състави самата схема, и след още 1-2 задачи може да се възложи на учениците сами да съставят такива.

Ето някои от задачите съставени от ученици при проведените експерименти.

1 зад. На изпит се дават 6 типа задачи от изучени 30. Ако решиш 3 от тях, ставаш студент. Каква е вероятността да станеш студент, ако знаеш 20 от изучените типа. (Рабфак)

2 зад. В моден каталог има показани 10 цвята червила, 3 от които не съответстват на истинския цвят. Ти си купуваш 3. Каква е вероятността:

а) трите да отговарят на цвета си

б) двете да отговарят на цвета си, и едно да не отговаря (Рабфак).

3 зад. На състезание по щанги остават 10 равностойни щангиста, трима от които са били медалисти. Каква е вероятността в призовата тройка да попаднат точно двама от медалистите. А нито един? (Спортно училище).

4 зад. За преводачи на младежка олимпиада са необходими 15 човека с английски език. Желаещите са 45, от които 10 не са съвсем добре подготвени. Каква е вероятността при случаен избор, в екипа преводачи да попаднат точно двама неподготвени (ЕГ).

5 зад. В нелицензиран магазин се продават CD. В наличност има 30 CD и 3 DVD. Тъй като са в съсвсем еднакви обложки, каква е вероятността при желание да си купиш 5 CD, между тях да попадне точно 1 DVD (ЕГ).

6 зад. На изпит за бармани има 13 вида питиета и 10 вида подправки. Коктейл се състои от 2 питиета и 2 вида подправки. Подправките които могат да се използват са 3 но от тях се подбират 2 по вкус. Каква е вероятността:

а) да направиш точен коктейл

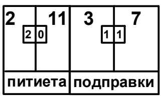
б) да сбъркаш една подправка

в) да сбъркаш едно питие и две подправки (ТОХ).

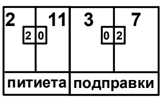
При тази задача вече схемата се обобщава още повече

а)

б)



в)



Ето тази задача успешно може да замени колкода от карти.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Акчурин, М. А. и др.* Познавательная роль математического моделирования. М., Знание, 1968.

2. *Баврин, И. И., Магросов, В. А.* Краткий курс теории вероятностей и математическая статистика. М., Прометей, 1983.

3. *Блох, А. Я.* Осоотношении школьного курса алгебры и базисных математических дисциплин. – В кн.: Современные проблемы методики преподавания математики, 1985.

4. *Блох, А. Я., Балахчина, Н. П., Жиброва, Н. А.* Анализ текстовых задач с точки зрения понятия математической модели. – В кн. Методически рекомендации... М., 1984.

5. *Былков, В.* С. Обучение школыников некоторим элементам математического моделирования. – Математика в школе, 1986, № 1.

6. *Вентцель, Е. С., Овчаров, Л. Н.* Прикладные задачи теории вероятностей. М., Радио и связь, 1983.

7. *Ганчев, И. И. и др.* Методи за решаване на задачи: Пл. "Макрос", 2001.

8. Гнеданко, Б. В. Статистическое мышление и школьное математическое образование. – Математика в школе, 1968, № 1.

9. *Давыдов, В. Б. Варданян, А. У.* Учебная деятельность и моделирование. – Ереван: Луйс, 1981.

10. *Додунеков, С. И. и др.* Математика 10. клас. РЕГАЛИЯ, 6, 2002.

11. *Зверев, И. Д.* Междупредметные связи как педагогического проблема. – Советская педагогика, 1974.

12. *Илиев, Л.* Математика как наукаот моделих 1972г. ХХУЛ вип.2

13. *Колмогоров, А. Н.* Научные основы школного курса математики. – Математика в школе, 1969, № 3.

14. Крупич, В. И. Структура и логика процесса обучения математике в средней школе. М., 1985.

15. *Кудрявцев, Л. Д.* Современная математика и ее преподавание. – 2-е изд., перераб. М., Наука, 1985.

16. *Леркер, И. Д.* Дидактические основы методов обучения. М., Педагогика, 1981.

17. *Лозанов, Ч. И. и др.* Математика 10.клас. С., "Анубис" 2000.

18. Математическое моделирование (Под ред. Д. Ж. Андрюс, Р. Маклоун пер. с. англ. под ред. Гупало). М., Мир, 1979.

19. *Монахов, В. М., Малкова, Т. В.* Математическое моделирование – необходимый компонент современной подготовки школьника. – Математика в школе, 1984, № 3.

20. *Паскалев, Г, Паскалева, З.* Математика 10. клас второ равнище. С., "Архимед", 2001.

21. *Паскалев, Г, Паскалева, З.* Математика 11. клас първо равнище. С., "Архимед", 2001.

22. *Паскалев, Г, Паскалева, З.* Математика 11. клас второ равнище. С., "Архимед", 2002.

23. *Паскалев, Г, Паскалева, З.* Математика 12. клас първо равнище. С., "Архимед", 2004.

24. *Паскалев, Г, Паскалева, З.* Математика 12. клас профилирана подготовка. С., "Архимед", 2002.

25. Проблемысовершенствования преподавания математики в школе и ВУЗе; МПГУ. М., 1999.

26. Проблемысовершенствования преподавания математики в школе и ВУЗе; МПГУ. М., 2000, № 5.

27. *Соболев, С. Л.* Судить по конечному результату. – Математика в школе. 1984, № 1.

28. *Фирсов, В. В.* Некторые вопроси обучения теории вероятностей как прикладной дсциплине – Дисс... канд. пец. наук. М., 1974.

29. *Чиканцева, Н. И.* Самостоятель ная работа учащихся средней школы в процессе обучения математике. Учебное пособие. М., МГПИ им. В. И. Ленина, 1985.

30. Учебна програма за IX, X, XI, XII клас.

31. *Kline Morris.* Why the professor can't teach: – New York: St. Martin's Press 1977.

32. Mathematics in Management. A. Bettersby. Washington, National Institute of Education, 1966.

ОСОБЕНОСТИ НА РАЗВИТИЕТО НА НАЧАЛНИЯ ЕТАП НА ОБУЧЕНИЕ ПО МАТЕМАТИКА В ДРУГИТЕ СТРАНИ

АНТОАНЕТА ДОЧЕВА, ВИОЛЕТА МАРИНОВА

Резюме

Разглеждайки в исторически аспект, понятието математически модел, забелязваме, че основната му функция се характеризира със съставянето на математически зависимости, описващи реални процеси и преминавайки към формално математическо анализиране на количествените и качествените характеристики, присъщи на разглежданото явление.

MATHEMATICAL MODELING IN HIGH SCHOOL MATHEMATICS EDUCATION

VIOLETA MARINOVA, VENETA NEDIYLKOVA

Summary

The subject of mathematical modeling in education is concerned and in specific its application in the field of "probabilities"

Key words

Mathematical model, mathematical modeling, probabilities